

Решение задач ЕГЭ по информатике

Тема: Кодирование чисел. Системы счисления.

Усманова Альфия Аюповна
учитель информатики первой
квалификационной категории
МОУ «СОШ №1 с углубленным
изучением отдельных предметов»
г. Надым

ege16 (повышенный уровень, время – 2

мин)
Что нужно

- принципы кодирования чисел в позиционных системах счисления
- чтобы перевести число, скажем, 12345_N , из системы счисления с основанием N в десятичную систему, нужно умножить значение каждой цифры на N в степени, равной ее разряду:

$$\begin{array}{cccccc} 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & \leftarrow \text{разряды} \\ \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{4} & \mathbf{5}_N & = \mathbf{1 \cdot N^4 + 2 \cdot N^3 + 3 \cdot N^2 + 4 \cdot N^1 + 5 \cdot N^0} \end{array}$$

- последняя цифра записи числа в системе счисления с основанием N – это остаток от деления этого числа на N
- две последние цифры – это остаток от деления на N^2 и т.
- Число 10^N записывается как единица и N нулей:

$$10^N = 1 \underbrace{000}_{N} 0$$

- число $10^N - 1$ записывается как N девяток:

$$10^N - 1 = \underbrace{999}_{N}$$

- число $10^N - 10^M = 10^M \cdot (10^{N-M} - 1)$ записывается как $N-M$ девяток, за которыми стоят M нулей:

$$10^N - 10^M = \underbrace{99\dots9}_{N-M} \underbrace{00\dots0}_M$$

- число 2^N в двоичной системе записывается как **единица** и N нулей:

$$2^N = 1 \underbrace{00\dots0}_N$$

- число $2^N - 1$ в двоичной системе записывается как N единиц:

$$2^N - 1 = \underbrace{11\dots1}_N$$

число $2^N - 2^K$ при $K < N$ в двоичной системе записывается как $N-K$ единиц и K нулей:

$$2^N - 2^K = \underbrace{11\dots1}_{N-K} \underbrace{00\dots0}_K$$

- число 3^N записывается в *троичной системе* как *единица* и **N** нулей:
- число 3^{N-1} записывается в *троичной системе* как **N** *двоек*:
- число $3^N - 3^M = 3^M \cdot (3^{N-M} - 1)$ записывается в *троичной системе* как **N-M** *двоек*, за которыми стоят **M** *нулей*:

$$3^N = 1 \underbrace{0 \dots 0}_N \text{ }_3$$

$$3^{N-1} = \underbrace{2 \dots 2}_N \text{ }_3$$

$$3^N - 3^M = \underbrace{2 \dots 2}_{N-M} \underbrace{0 \dots 0}_M \text{ }_3$$

Пример I:

Укажите через запятую в порядке возрастания **все основания** систем счисления, в которых запись числа **23** оканчивается на **2**.

Решение:

1. Здесь нужно найти все целые числа $N \geq 3$, такие, что остаток от деления **23** на N равен 2 , или $23 = k \cdot N + 2$

где k – целое неотрицательное число (0, 1, 2,

2. Из равенства $23 = k \cdot N + 2$ получим $k \cdot N = 21$

3. задача сводится к тому, чтобы найти все делители числа **21**, которые больше **2**

4. есть только три таких делителя: 3, 7,

21

Ответ: 3, 7, 21

Самостоятельно:

Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 71 оканчивается на 13.

Ответ:

Самостоятельно:

Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 71 оканчивается на 13.

- 1) запись числа 71 в системе с основанием n оканчивается на 13, т.е. в разряде единиц – 3, это значит, что остаток от деления 71 на n равен 3, то есть для некоторого целого имеем
- 2) таким образом, искомые основания – делители числа 68; остается выбрать из них те, которые соответствуют другим условиям задачи
- 3) среди чисел, оканчивающихся на 13 в системе счисления с основанием n , минимальное – это само число; отсюда найдем максимальное основание: так что первый ответ: 68.
- 4) остальные числа, оканчивающиеся в этой системе на 13, имеют не менее 3-х знаков (, ...), т.е. все они больше
- 5) поэтому , следовательно,
- 6) по условию в записи числа есть цифра 3, поэтому (в системах с основанием $n < 3$ 3 цифры 3 нет)
- 7) итак: , и при этом – делитель 68; единственное возможное значение (на 5,6,7 и 8 число 68 не делится)
- 8) таким образом, верный ответ: 4, 68.

Ответ:

Пример II:

Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, **не** превосходящие **25**, запись которых в системе счисления с основанием **четыре** оканчивается на **11**?

Решение:

1. переведем **25** в четверичную систему счисления: $25 =$

121_4 Все интересующие числа не больше этого значения

3. из этих чисел выделим только те, которые заканчиваются

на 11 таких чисел всего два: это $11_4 = 5$ и $111_4 = 21$

Ответ: 5, 21

Самостоятельно:

Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 30, запись которых в системе счисления с основанием 5 начинается на 3?

Ответ:

Самостоятельно:

Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 30, запись которых в системе счисления с основанием 5 начинается на 3?

- 1) нас интересуют числа от 1 до 30; сначала определим, сколько цифр может быть в пятеричной записи этих чисел
- 2) поскольку , в интересующих нас числах может быть не более 2 цифр (все трехзначные пятеричные числа, начинающиеся с 3, больше 30)
- 3) есть всего одно однозначное число, начинающееся на 3, это 3
- 4) выпишем все пятеричные двузначные числа, которые начинаются с 3, и переведем их в десятичную систему: $30_5 = 15$, $31_5 = 16$, $32_5 = 17$, $33_5 = 18$ и $34_5 = 19$
- 5) таким образом, верный ответ – **3, 15, 16, 17, 18, 19** .

Ответ:

Пример III:

Запись числа 381_{10} в системе счисления с основанием N оканчивается на 3 и содержит 3 цифры. Укажите **наибольшее** возможное основание этой системы счисления N .

Решение:

1. поскольку запись в системе счисления с основанием N заканчивается на 3, то остаток от деления числа 381 на N

равен 3, то есть при некотором целом k имеем $k \cdot N + 3 = 381 \Rightarrow k \cdot N = 378$

2. следовательно, основание N – это делитель числа $378 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$

3. но, так как запись числа содержит 3 цифры,

то

$$100_N \leq 381 < 1000_N \Rightarrow N^2 \leq 381 < N^3$$

4. $N^2 \leq 381$ дает $|N| \leq 19$

$$19^2 = 361, 20^2 = 400$$

Вероятно $381 < N^3$ дает $8 \leq N$

Итого $8 \leq N \leq 19$

$$7^3 = 343, 8^3 = 512$$

В этом диапазоне делителями числа 378 являются числа

✓ 9, при $N = 9$ получаем запись

$$381_{10} = 463_9$$

✓ 14, при $N = 14$ получаем запись

$$381_{10} = 1D3_{14}$$

✓ 18, при $N = 18$ получаем запись

$$381_{10} = 133_{18}$$

числа

Ответ: 18

Самостоятельно:

Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 30 трехзначна.

Ответ:

Самостоятельно:

Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 30

трехзначна.

- 1) обозначим через n неизвестное основание системы счисления, тогда запись числа 30 в этой системе имеет вид
- 2) вспомним алгоритм перевода числа из системы счисления с основанием n в десятичную систему: расставляем сверху номера разрядов и умножаем каждую цифру на основание в степени, равной разряду:
- 3) поскольку запись трехзначная, $30 < n^3$, поэтому
- 4) с другой стороны, четвертой цифры нет, то есть, в третьем разряде – ноль, поэтому
- 5) объединяя последние два условия, получаем, что искомое основание удовлетворяет двойному неравенству
- 6) учитывая, что n – целое число, методом подбора находим целые решения этого неравенства; их два – 4 и 5:
- 7) минимальное из этих значений – 4
- 8) таким образом, верный ответ – 4.

Ответ:

Пример IV: Запись числа 67_{10} в системе счисления с основанием N оканчивается на 1 и содержит 4 цифры. Укажите основание этой системы

Решение:

цифры. Укажите основание этой системы

счисления N .

1. поскольку запись в системе счисления с основанием N заканчивается на 1, то остаток от деления числа 67 на N равен 1, то есть при некотором целом k имеем

$$k \cdot N + 1 = 67 \Rightarrow k \cdot N = 66$$

2. следовательно, основание N – это делитель числа 66

3. с другой стороны, запись числа содержит 4 цифры, то есть

$$1000_N \leq 67 < 10000_N \Rightarrow N^3 \leq 67 < N^4$$

4. выпишем кубы и четвертые степени первых натуральных чисел, которые являются делителями числа 66:

$$2^3 = 8, 3^3 = 27, 6^3 = 216, \dots$$

$$2^4 = 16, 3^4 = 81, \dots$$

5. из этого списка только для числа $N = 3$ выполняется условие

$$67_{10} = 2111_3$$

$$N^3 \leq 67 < N^4$$

Ответ: 3

Пример V:

Решите уравнение $60_8 + x = 120_7$.

Ответ запишите в **шестеричной** системе счисления. Основание системы счисления

Решение:

1. переведем ~~все числа~~ ~~в десятичную~~ ~~указывать не нужно~~ ~~уравнение~~ и результат переведем в шестеричную систему

$$60_8 = 6 \cdot 8^1 + 0 \cdot 8^0 = 48, \quad 120_7 = 1 \cdot 7^2 + 2 \cdot 7^1 = 63$$

2. уравнение приобретает вид $48 + x = 63$

откуда $x = 15$

3. переводим 15 в шестеричную систему счисления:
получаем

$$15 = 2 \cdot 6^1 + 3 \cdot 6^0 = 23_6$$

Ответ: 23

Пример VI:

Запись *десятичного* числа в системах счисления с основаниями **3** и **5** в обоих случаях имеет последней цифрой **0**. Какое *минимальное натуральное десятичное* число удовлетворяет этому требованию?

Решение:

в данной задаче требуется найти **наименьшее**

натуральное число, которое делится одновременно на **3** и на **5**, то есть, делится на **15**

Ответ: 15

Пример VII:

Решите уравнение $121_x + 1 = 101_7$

Ответ запишите в **троичной** системе счисления.

Основание системы счисления указывать не нужно.

Решение:

1. переведём все числа в десятичную систему счисления:

$$121_x = 1 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 1, \quad 101_7 = 1 \cdot 7^2 + 0 \cdot 7^1 + 1 \cdot 7^0 = 50$$

2. собирая всё в одно уравнение

получаем

$$x^2 + 2x + 1 + 1 = 50 \Rightarrow x^2 + 2x - 48 = 0$$

3. это уравнение имеет два решения: 6 и -8 Ответ:

4. переводим ответ в **троичную** систему: $6 = \cancel{2} \cdot 3^1 = 20_3$.

Ответ: 20

Самостоятельно:

Решите уравнение $33_{x+4} - 33_4 = 33_{10}$

Ответ запишите в десятичной системе счисления.

Ответ: 11

Пример VIII:

Сколько единиц в двоичной записи числа

Решение:

$$4^{2016} - 2^{2018} + 8^{800} - 80$$

1. Приведём все числа к *степеням двойки*, разложив **80** как

$$4^{2016} - 2^{2018} + 8^{800} - 80 = (2^2)^{2016} - 2^{2018} + (2^3)^{800} - 2^6 - 2^4 =$$
$$= 2^{4032} - 2^{2018} + 2^{2400} - 2^6 - 2^4 = 2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018} - 2^6 - 2^4$$

2. Т.к. число $2^N - 1$ в двоичной системе записывается как **N** единиц:

$$2^N - 1 = \underbrace{1 \dots 1}_N$$

а число $2^N - 2^K$ при $K < N$ записывается как **N-K** единиц и **K** нулей:

$$2^N - 2^K = \underbrace{1 \dots 1}_{N-K} \underbrace{0 \dots 0}_K$$

3. из п. 2, число $2^{2400} - 2^{2018}$ запишется как **382** единиц и **2018** нулей

4. прибавление 2^{4032} даст число $2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018}$, в котором **383** единицы и в конце (после последней единицы) – **2018** нулей:

$$2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018} = 10 \dots 0 \underbrace{1 \dots 1}_{382} \underbrace{0 \dots 0}_{2018}$$

выделим из этого значения последнюю *единицу* со следующими **2018 нулями** как отдельное слагаемое (число 2^{2018}):

$$2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018} = \underbrace{10 \square 01 \square 10 \square 0}_{381 \quad 2019} + \underbrace{10 \square 0}_{2018} = K + 2^{2018}$$

где число **K** содержит **382 единицы** в старших разрядах; таким образом, интересующее нас

$$K + 2^{2018} - 2^6 - 2^4$$

число согласно п. 2, число $2^{2018} - 2^6$ запишется как 2012 единиц и 6 нулей. выделим последнюю единицу с последующими нулями как отдельное слагаемое:

$$2^{2018} - 2^6 = \underbrace{1 \square 10 \square 0}_{2012 \quad 6} = \underbrace{1 \square 10 \square 0}_{2011 \quad 7} + \underbrace{10 \square 0}_{6} = L + 2^6$$

где число **L** содержит 2011

единиц. остаётся найти, сколько единиц будет в двоичной записи числа $2^6 - 2^4$, согласно п. 2 находим, что оно содержит 2 единицы

общее число единиц равно **382 + 2011 + 2 = 2395**

Ответ: 2395

Пример IX:

Сколько единиц в двоичной записи числа

Решение:

$$4^{2016} + 2^{2018} - 8^{600} + 6$$

1. Приведём все числа к *степеням двойки*, разложив 6 как

$$4^{2016} + 2^{2018} - 8^{600} + 6 = (2^2)^{2016} + 2^{2018} - (2^3)^{600} + 2^2 + 2^1 = \\ = 2^{4032} + 2^{2018} - 2^{1800} + 2^2 + 2^1$$

2. Т.к. число $2^N - 1$ в двоичной системе записывается как N единиц:

$$2^N - 1 = \underbrace{1 \dots 1}_N$$

а число $2^N - 2^K$ при $K < N$ записывается как $N - K$ единиц и K нулей:

$$2^N - 2^K = \underbrace{1 \dots 1}_{N-K} \underbrace{0 \dots 0}_K$$

3. из п. 2, число $2^{2018} - 2^{1800}$ запишется как **218** единиц и **1800** нулей

4. прибавление 2^{4032} даст ещё **одну** единицу, а прибавление $2^2 + 2^1$ – ещё две, всего получается **218 + 3 = 221** единиц

Ответ: 221

Пример X:

Сколько единиц в двоичной записи числа

Решение:

$$4^{2014} + 2^{2015} - 8$$

1. Приведём все числа к *степеням*

двоичи: $4^{2014} + 2^{2015} - 8 = (2^2)^{2014} + 2^{2015} - 2^3 = 2^{4028} + 2^{2015} - 2^3$

2. Т.к. число $2^N - 1$ в двоичной системе записывается как N единиц:

$$2^N - 1 = \underbrace{1 \dots 1}_N$$

а число $2^N - 2^K$ при $K < N$ записывается как $N - K$ единиц и K нулей:

$$2^N - 2^K = \underbrace{1 \dots 1}_{N-K} \underbrace{0 \dots 0}_K$$

3. из п. 2, число $2^{2015} - 2^3$ запишется как **2012** единиц и **3** нуля

4. прибавление 2^{4028} даст ещё **одну** единицу, всего получается **2012 + 1 = 2013** единиц

Ответ: 2013

Пример XI:

Сколько единиц в двоичной записи числа
 $4^{2015} + 8^{405} - 2^{150} - 122$

Решение:

1. приведём все числа к степеням двойки, учитывая, что
 $122 = 128 - 4 - 2 = 2^7 - 2^2 - 2^1$:

$$\begin{aligned} 4^{2015} + 8^{405} - 2^{150} - 122 &= (2^2)^{2015} + (2^3)^{405} - 2^{150} - 2^7 + 2^2 + 2^1 = \\ &= 2^{4030} + 2^{1215} - 2^{150} - 2^7 + 2^2 + 2^1 \end{aligned}$$

2. число $2^N - 2^K$ при $K < N$ записывается как $N-K$ единиц и K нулей:

$$2^N - 2^K = \underbrace{1 \square \square \square}_{N-K} \underbrace{0 \square \square \square}_K 0$$

3. для того чтобы использовать это свойство, нужно представить заданное выражение в виде пар вида $2^N - 2^K$, причём в этой цепочке степени двойки нужно выстроить по убыванию:

$$2^{4030} + 2^{1215} - 2^{150} - 2^7 + 2^2 + 2^1$$

4. Но, два знака «минус» подряд, не позволяет сразу

использовать формулу

$$\boxed{-2^N = -2^{N+1} + 2^N}$$

равенство

- в нашем выражении: $-2^{150} = -2^{151} + 2^{150}$
- получаем $2^{4030} + (2^{1215} - 2^{151}) + (2^{150} - 2^7) + 2^2 + 2^1$
- здесь две пары $2^N - 2^K$, а остальные слагаемые дают по **одной единице**
- общее число единиц : $1 + (1215 - 151) + (150 - 7) + 1 + 1 = 1210$

Ответ: 1210

Пример XII:

Сколько *единиц* содержится в двоичной записи результата выражения: $(2 \cdot 100_8)^{500} - 4^{501} + 2^{502}$?

Решение

$$\begin{aligned}(2 \cdot 100_8)^{500} - 4^{501} + 2^{502} &= (2 \cdot 8^2)^{500} - 4^{501} + 2^{502} = \\ &= (2 \cdot (2^3)^2)^{500} - (2^2)^{501} + 2^{502} = (2 \cdot 2^6)^{500} - (2^2)^{501} + 2^{502} = \\ &= (2^7)^{500} - (2^2)^{501} + 2^{502} = \mathbf{2^{3500} - 2^{1002} + 2^{502}}\end{aligned}$$

2^n есть двоичное число, в котором имеется одна *единица* и *n нулей* после нее.

$$2^n = \underbrace{1000 \dots 000}_{n \text{ нулей}}$$

Тогда:

$$2^{3500} = \underbrace{1000 \dots 000}_{3500 \text{ нулей}}$$

$$2^{1002} = \underbrace{1000 \dots 000}_{1002 \text{ нуля}}$$

$$2^{502} = \underbrace{1000 \dots 000}_{502 \text{ нуля}}$$

Рассмотрим операцию вычитания в двоичной системе:

$$\begin{array}{r}
 \overset{n}{\underbrace{}}_{100\dots 0000\dots 00000} \\
 - \underbrace{}_m \\
 \hline
 \underbrace{11\dots 11}_{n-1} \underbrace{00\dots 00000}_m
 \end{array}$$

При таком вычитании из числа с *единицей* в позиции n числа с *единицей* в позиции m получается двоичное число, в котором *единицы* стоят в позициях с $(n - 1)$ по m , после которых записаны только *нули*.

В нашем случае $2^{3500} - 2^{1002}$ дает число, в котором *единицы* стоят в позициях с **3499** до **1002**.

Рассмотрим операцию сложения в двоичной системе счисления, когда одно число содержит некоторое количество *единиц* в позициях с $(n - 1)$ по m , а другое содержит только одну «лидирующую» единицу в позиции, меньшей m , и некоторое количество нулей.

$$\begin{array}{r}
 1111\dots1100\dots000\dots000000 \\
 + \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{n-1} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_m \quad \underbrace{10\dots000000}_{<m} \\
 \hline
 1111\dots11100\dots010\dots000000
 \end{array}$$

Такое сложение добавляет в получаемое число еще одну *единицу* в позиции, соответствующей степени двойки в прибавляемом числе.

Тогда в двоичном числе, являющемся результатом вычисления выражения $2^{3500} - 2^{1002} + 2^{502}$,

единицы расположены в позициях с **3499** по **1002**

включительно плюс имеется еще **одна единица** в позиции

502. Всего единиц в этом числе: $(3499 - 1002 + 1) + 1 = 2499$.

Ответ: 2499

Пример XIII: Значение арифметического выражения: $9^8 + 3^5 - 9$ записали в *системе счисления с основанием 3*. Сколько цифр «2» содержится в

Решение: этой записи?

1. приведём все слагаемые к виду 3^N и расставим в порядке убывания степеней $9^8 + 3^5 - 9 = 3^{16} + 3^5 - 3^2$
2. первое слагаемое, 3^{16} , даёт в *троичной записи* одну единицу – она нас не интересует
3. пара $3^5 - 3^2$ даёт $5 - 2 = 3$

Ответ: 3

двойки

Пример XIV: Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{512} + 8^{512} - 2^{128} - 250$

Решение:

1. приведём все числа к степеням двойки, учитывая, что

$$250 = 256 - 4 - 2 = 2^8 - 2^2 - 2^1:$$

$$\begin{aligned} 4^{512} + 8^{512} - 2^{128} - 250 &= (2^2)^{512} + (2^3)^{512} - 2^{128} - 2^8 + 2^2 + 2^1 = \\ &= 2^{1536} + 2^{1024} - 2^{128} - 2^8 + 2^2 + 2^1 \end{aligned}$$

2. число $2^N - 2^K$ при $K < N$ записывается как $N-K$ единиц и K нулей:

$$2^N - 2^K = \underbrace{1 \square \square \square}_{N-K} \underbrace{1 \square \square \square}_K 0$$

3. для того чтобы использовать это свойство, нужно представить заданное выражение в виде пар вида $2^N - 2^K$, причём в этой цепочке степени двойки нужно выстроить по убыванию: $2^{1536} + 2^{1024} - 2^{128} - 2^8 + 2^2 + 2^1$

4. Но, два знака «минус» подряд, не позволяет сразу использовать формулу

$$\boxed{-2^N = -2^{N+1} + 2^N}$$

• используем

равенство

• в нашем выражении: $-2^{128} = -2^{129} + 2^{128}$

• получаем $2^{1536} + (2^{1024} - 2^{129}) + (2^{128} - 2^8) + 2^2 + 2^1$

• здесь две пары $2^N - 2^K$, а остальные слагаемые дают по **одной единице**

• общее число единиц : $1 + (1024 - 129) + (128 - 8) + 1 + 1 = 1018$

• количество значащих нулей: $1537 - 1018 = 519$

Ответ: 519

ДЕМО -

~~2017~~ Значение арифметического выражения: $9^{18} + 3^{54} - 9$ – записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Решение:

$$3^{54}$$

1 0 0 0 0 ... 0 0 0 0 0 ... 0 0 0 0 0 0 0

$$3^{36}$$

+

1 0 0 ... 0 0 0 0 0 0 0

$$9 = 3^2$$

-

0 2 2 ... 2 2 2 2 3
1 0 0 0 0 ... 0 0 1 0 0 ... 0 0 0 0 0 0 0

1 0 0

1 0 0 0 0 ... 0 0 0 2 2 ... 2 2 2 2 2 0 0

$$3_{10} = 10_3$$

$$9_{10} = 100_3$$

$$36 - 2 = 34$$

Ответ: 34

ДЕМО -

~~2018~~ Значение арифметического выражения: $49^{10} + 7^{30}$
– 49 – записали в системе счисления с основанием 7.
Сколько цифр «6» содержится в этой записи?

Решение:

Результат: 18

125. Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями **16, 8, 4, 2**. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены знаком $*$:

$$X = E^*_{16} = *5^*_8 = ***1_4 = *****1**_2$$

Определите число X .

$$X = E^*_{16} = 14 \cdot 16^1 + * \cdot 16^0 = 224 + *$$

$$224 \leq X < 240$$

где $*$ может принимать значения < 16

$$X = *5^*_8 = * \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + * \cdot 8^0 = * \cdot 64 + 40 + * \cdot 1 = * \cdot 65 + 40 + *$$

$$105 \leq X \leq 495$$

где $*$ может принимать значения от 1 до

$$X^7 = ***1_4 = * \cdot 4^3 + * \cdot 4^2 + * \cdot 4^1 + 1 =$$

$$65 \leq X \leq 253$$

где $*$ может принимать значения от 1 до

$$X^{\text{*****}1**}_2 = * \cdot 2^7 + * \cdot 2^6 + * \cdot 2^5 + * \cdot 2^4 + * \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + * \cdot 2^1 + * \cdot 2^0$$

Где $*$ может принимать значения от 0

$$132 \leq X \leq 255$$

до 1

$$\text{Тогда } 224 \leq X \leq$$

Ответ:

Задания для самостоятельного решения:

1. Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{1341} - 4^{1342} + 2^{1343} - 1344$?
2. Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *:

$$X = *5_{16} = *0*_8.$$

Сколько чисел соответствуют условию задачи?

3. Какая первая цифра в шестнадцатеричной записи числа $2^{379} + 2^{378} + 2^{377}$?
4. В системе счисления с основанием N запись числа 87 оканчивается на 2 и содержит не менее трёх цифр. Чему равно число N ?
5. Определите число N , для которого выполняется равенство $164_N + 41_9 = 145_{N+2}$
6. Значение арифметического выражения: $49^{13} + 7^{33} - 49$ записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр «6» в этой записи?
7. Значение арифметического выражения: $25^{56} + 5^{138} - 5$ записали в системе счисления с основанием 5. Сколько цифр «4» в этой записи?