

САБАҚТЫҢ ТАҚЫРЫБЫ:

Логиканың негізі.

Логикалық ойларды айту.

Логикалық байланыстар.

Ақиқаттық кестелер.

Жоспары:

I. Логикалық алгебра

1) Логика негіздері

II. Бульдік алгебра

1) Логикалық айнымалылар

2) Логикалық амалдар

3) Қасиеттері

Логикалық алгебра

Математикалық логиканың негізін қалаған ағылшын математигі Джордж Буль (1815 – 1864ж). Ол алғашқы рет жиындар теориясының логикалық анықтамасын берген.

Математикалық логика дегеніміз — математикалық әдістерді қолданып, ой түйіндеу логикасы.

Пікір дегеніміз — оқиғаның ақиқат немесе жалған екендігін айтатын кез келген ұйғарым.

Логикалық айнымалылар

- Пікірді белгілеу үшін *логикалық_айнымалы* қолданылады
- Тек екі тұрақты: 1 – *ақиқат* немесе 0 – *жалған* белгіленулерімен анықталатын $\underline{x}$ шамасын *логикалық айнымалы* деп атайды.

$$x = \begin{cases} 1, & x \in X \\ 0, & x \notin X \end{cases}$$

мұндағы $X \subseteq U$ – U әмбебап жиыны.

Логикалық амалдар

Қарапайым логикалық амалдар.

- Логикалық теріске шығару «емес» ($\neg$ □).
- Логикалық қосу «немесе» ($\vee, |, +, \cup$)
- Логикалық көбейту «және» ($\wedge, \&, *, \cap$)
).
Белгіленуі:
Логикалық
Бағдарламалық
Алгебралық
Теориялы-көпше

Логикалық теріске шығару

□ Логикалық теріске шығару (*инверсия*) деп нәтижесі бастапқы пікірге «қарама-қайшы» пікірді айтады.

Логикада А пікірін “екі рет терістеу” А пікірін береді.

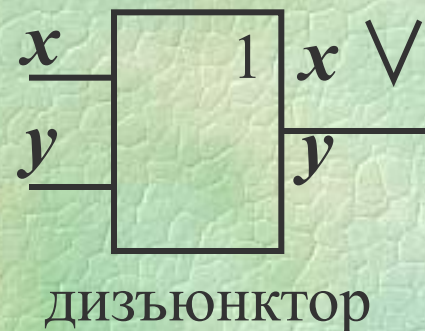
x	$\square x$
0	1
1	0



Логикалық қосу(дизъюнкция)

X ақиқаттық жиынындағы x және Y ақиқаттық жиынындағы y пікірлердің бірігуі $Z = X \cup Y$ ақиқаттық жиынындағы $x \vee y$ пікірі болады.

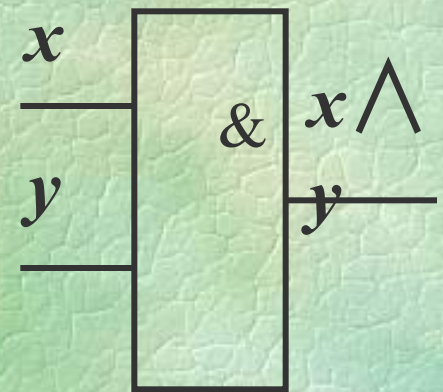
x	y	$x \vee y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



Логикалық көбейту(конъюнкция)

X ақиқаттық жиынындағы x және Y ақиқаттық жиынындағы y пікірлердің қиылысуы $Z = X \cap Y$ ақиқат жиынындағы $x \wedge y$ пікірі болады.

x	y	$x \wedge y$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



конъюнктор
8

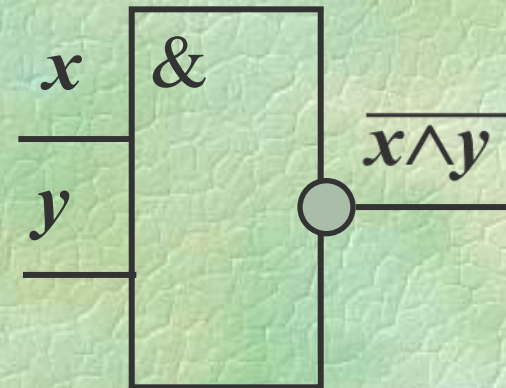
Шеффер функциясы

Шеффер функциясы – кері көбейтуді жүзеге асырады. Белгілену: $x_1 | x_2 = \overline{x_1 \wedge x_2}$

Ақиқаттық кестесі

Графикалық белгіленуі

x	y	$\overline{x \wedge y}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0



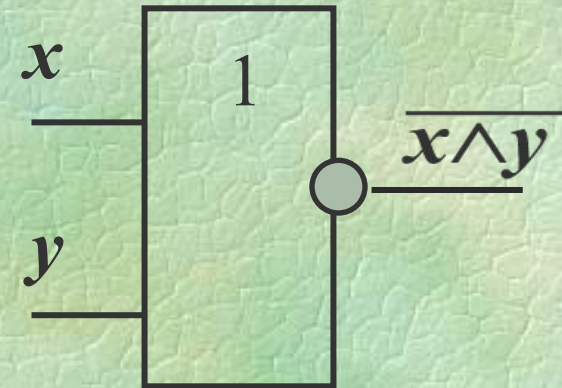
Пирс функциясы

Пирс функциясы логикалық кері қосуды жүзеге асырады. Белгілену: $x_1 \downarrow x_2 = \overline{x_1 \vee x_2}$

Ақиқаттық кестесі

x	y	$\overline{x \vee y}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Графикалық белгіленуі



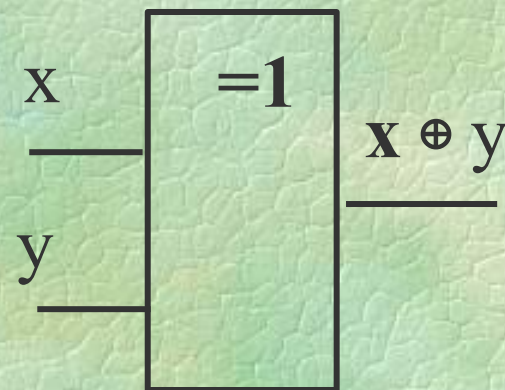
mod 2 бойынша қосу

XOR логикалық операцияны орындайды.

Ақиқаттық кестесі

x	y	$x \oplus y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Графикалық белгіленуі



Бульдік Алгебра

- $B = \{0, 1\}$ жиыны және онымен жасалатын барлық логикалық амалдармен құрылған алгебраны логика алгебрасы немесе **Бульдік алгебра** деп атайды.

- $$A = \langle B, \{ \square, \wedge, \vee \} \rangle$$

Логикалық амалдарды орындау тәртібі

Логикалық амалдарды орындау келесі кестеде көрсетілген приоритетпен (басымдылықпен) орындалады. Бір басылымдықтағы операциялар солдан оңға қарай орындалады. Жакша ішіндегі амал бірінші орындалады.

Басымдылығы	Логикалық амалдар
1	Инверсия
2	Конъюнкция
3	Дизъюнкция
4	$\bmod 2$ бойынша қосу

Логикалық функция

Логикалық функция – бұл $x_1, x_2, \dots, x_n$ логикалық айнымалылар жиынында 0 және 1 мәндерін қабылдайтын $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ функциясы

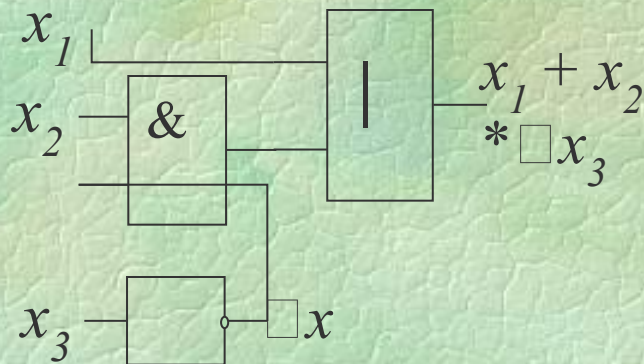
Берілу тәсілдері

- Логикалық алгебра өрнегі

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 * \neg x_3$$

- Ақиқаттық кестесі

- Логикалық схемасы



x_1	x_2	x_3	$f(x_1, x_2, x_3)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Логикалық алгебраның негізгі заңдары

1. Ауыстырымдылық заңы. Коммутативтілік (лат. – ауыстыру).

$$X_1 \vee X_2 = X_2 \vee X_1 \qquad X_1 \wedge X_2 = X_2 \wedge X_1$$

2. Қосылу заңы. Ассоциативтілік (лат. – біріктіру).

$$X_1 \vee (X_2 \vee X_3) = (X_1 \vee X_2) \vee X_3$$

$$X_1 \wedge (X_2 \wedge X_3) = (X_1 \wedge X_2) \wedge X_3$$

3. Тарату заңы. Дистрибутивтілік.

$$X_1 \wedge (X_2 \vee X_3) = (X_1 \wedge X_2) \vee (X_1 \wedge X_3)$$

$$X_1 \vee (X_2 \wedge X_3) = (X_1 \vee X_2) \wedge (X_1 \vee X_3)$$

4. Шағылысу заңы.

$$X_1 \vee (X_1 \wedge X_2) = X_1 \quad X_1 \wedge (X_1 \vee X_2) = X_1$$

5. Жабыстыру заңы.

$$X_1 \vee (X_1 \wedge \overline{X_2}) = X_1$$

$$X_1 \wedge (\overline{X_1} \vee X_2) = X_1$$

$$(X_1 \vee X_2)(X_1 \vee \overline{X_2}) = X_1$$

$$(X_1 \wedge X_2)(\overline{X_1} \vee X_2) = X_1$$

6. Де Морган ережесі.

$$\overline{X_1 \vee X_2 \vee X_3} = \overline{X_1} \wedge \overline{X_2} \wedge \overline{X_3}$$

$$\overline{X_1 \wedge X_2 \wedge X_3} = \overline{X_1} \vee \overline{X_2} \vee \overline{X_3}$$

7. Жойылу заңы.

$$X \wedge X = X$$

$$X \vee X = X$$

8. Екі рет терістеу амалы.

$$\overline{\overline{X}} = X$$

9. Айнымалы мен оның керісіне орындалатын амал. Комплементарлық заң (латын тілінен аударғанда– толықтыру)

$$X \vee \overline{X} = 1$$

$$X \wedge \overline{X} = 0$$

10. Тұрақтылар қасиеті

$$X \vee 0 = X \quad X \vee 1 = X$$

$$X \wedge 1 = X \quad X \wedge 0 = 0$$

Тапсырма:

1. **Логикалық алгебраның негізгі заңдары**
2. **Пирс және Шеффер функциялары**