

№ лекции	Темы лекционных занятий
1	Методы и технологии конструирования изделий.
2	Основы геометрического моделирования деталей.
3	Поверхностное моделирование объектов.
4	Твёрдотельное моделирование объектов.
5	Моделирование объёмных сборок.
6	Инженерный анализ методом конечных элементов.
7	Методы и технологии прототипирования
8	Операционные технологические процессы для обработки на станке с ЧПУ.
9	Особенности 5-координатной обработки.

Инженерный анализ методом конечных элементов

- ☐ *Понятие инженерного анализа.*
- ☐ *CAE-системы, область применения, место CAE в процессе проектирования изделий.*
- ☐ *Классификация методов инженерного анализа.*
- ☐ *Математическая основа инженерного анализа.*
- ☐ *Метод конечных элементов.*
- ☐ *Алгоритм анализа методом конечных элементов: дискретизация, аппроксимация, задание граничных условий и свойств материала, формирование системы уравнений, получение и анализ результатов.*
- ☐ *Ошибки метода конечных элементов.*
- ☐ *Примеры реализации метода конечных элементов.*
- ☐ *Коммерческие системы инженерного анализа*

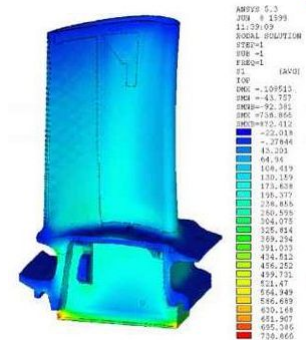
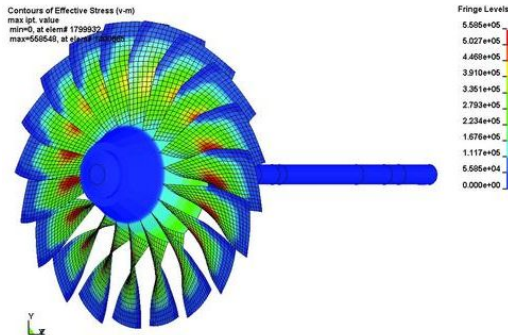
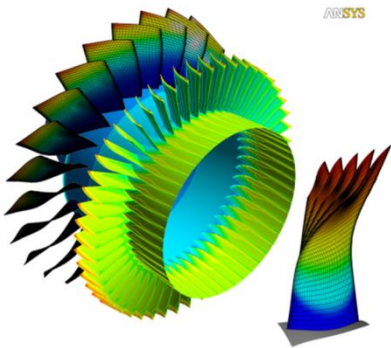
МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Инженерный анализ - комплекс испытаний, предназначенных для определения способности оборудования, конструкций, а также производимой продукции выдерживать проектные нагрузки и бесперебойно функционировать при расчетных условиях эксплуатации.

Компьютерный инженерный анализ (CAE, Computer Aided Engineering) - общее название для программ и программных пакетов, предназначенных для решения различных инженерных задач: расчётов, анализа и симуляции физических процессов.

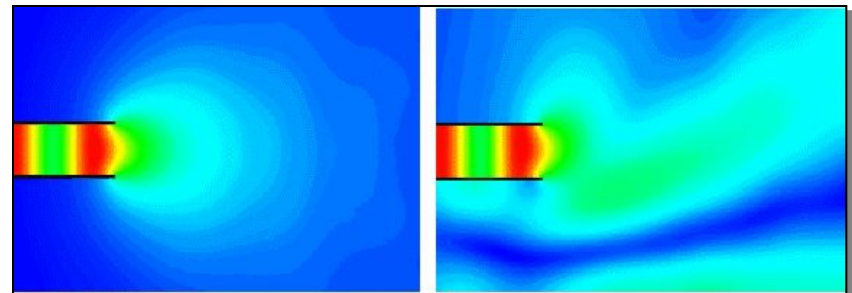
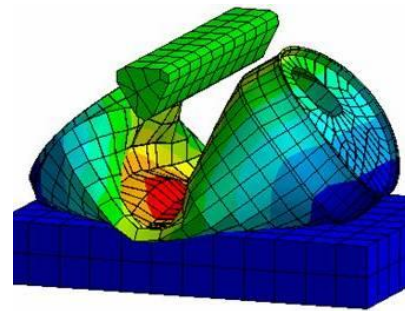
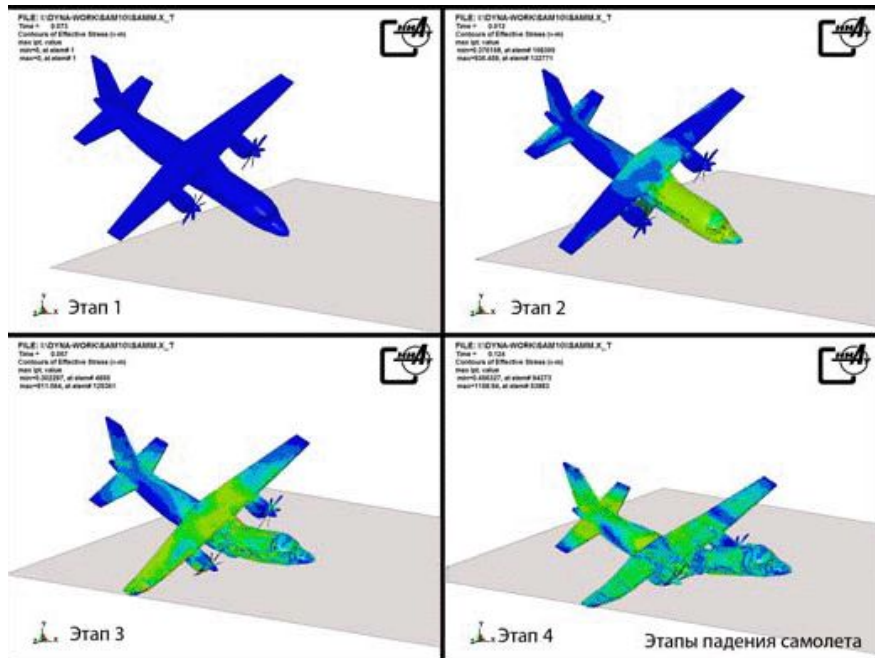
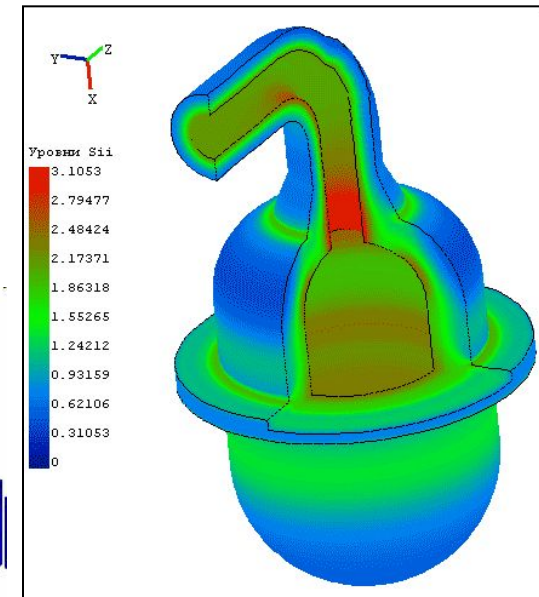
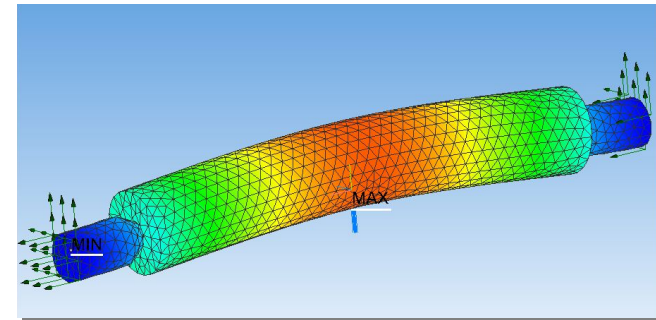
Как правило расчётная часть пакетов основана на численных методах решения дифференциальных уравнений (метод конечных элементов, метод конечных объёмов, метод конечных разностей и др.).

CAE-системы - программные продукты, позволяющие при помощи расчётных методов оценить, как поведёт себя компьютерная модель изделия в реальных условиях эксплуатации.

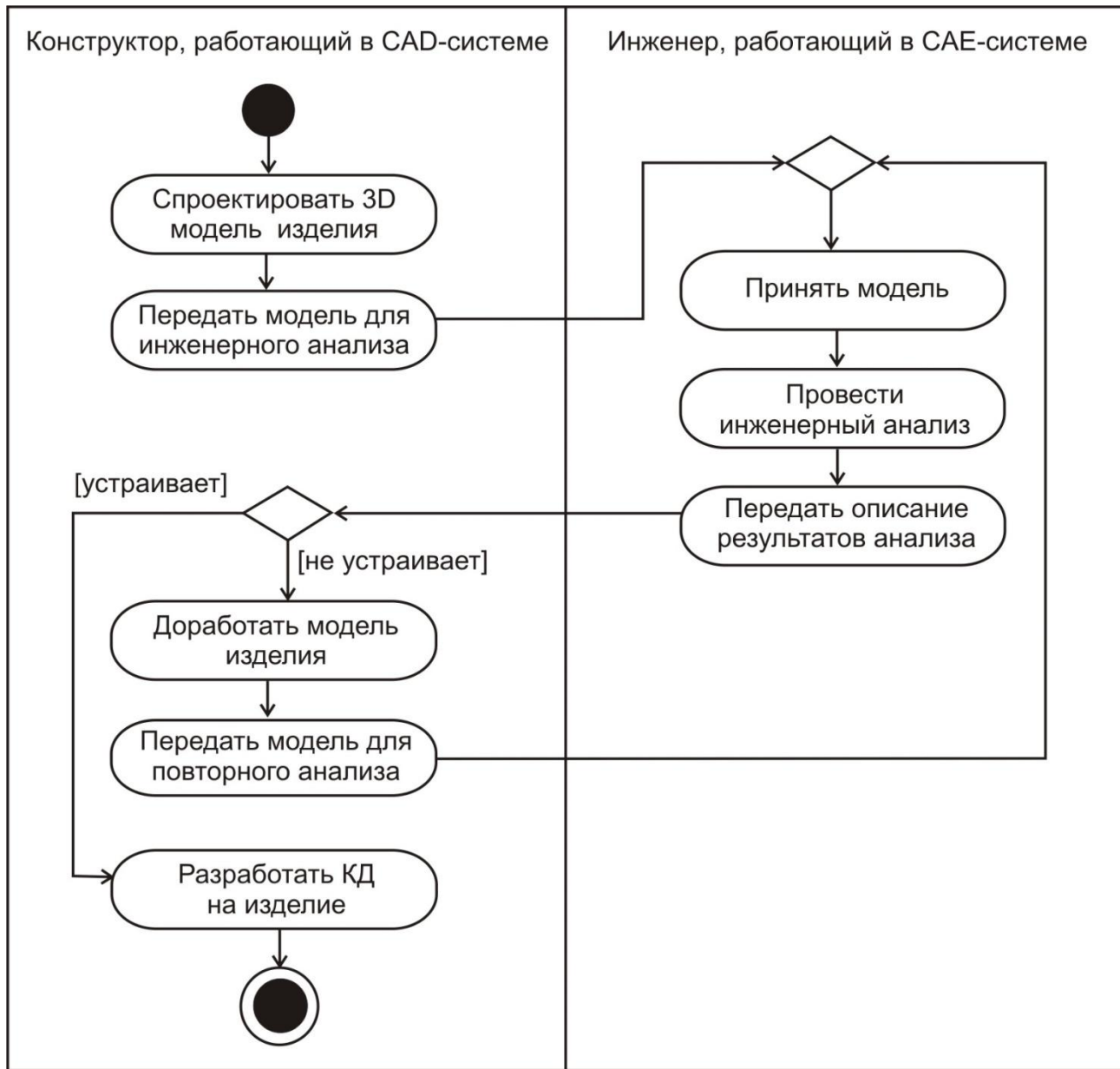


Область применения CAE-систем

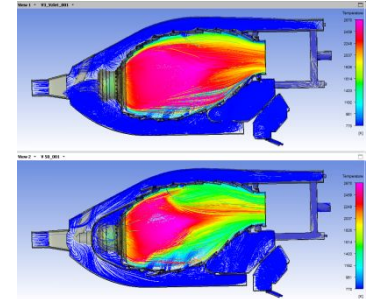
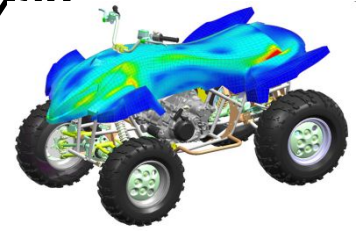
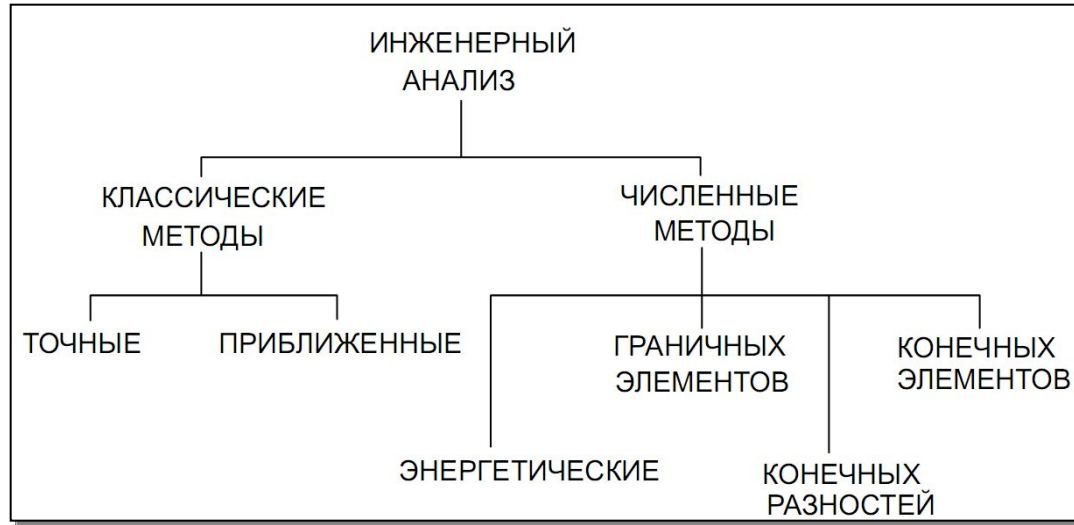
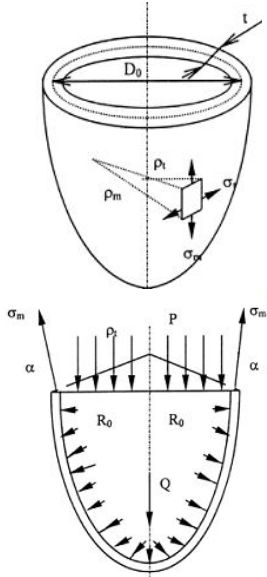
- Прочностные расчеты
- Тепловые расчеты
- Акустические расчеты
- Расчет частот и форм собственных колебаний
- Расчеты на надежность и долговечность
- Расчет течения жидкостей и газов
- Моделирование технологических процессов (литья, штамповки и др.)



Место САЕ-анализа в процессе проектирования изделий



Классификация методов инженерного анализа



С помощью **классических методов** задачи решаются напрямую, используя системы дифференциальных уравнений, построенные на основании фундаментальных физических принципов.

Точное решение возможно только для простейших случаев геометрии, нагрузок и граничных условий.

Приближенные методы требуют регулярной геометрической формы, простых граничных условий и удобного приложения нагрузок.

Энергетические методы отыскивают минимум выражения для полной потенциальной энергии конструкции на всей заданной области. Этот подход применим только для определенных задач.

В методе **граничных элементов** размерность (трудоемкость) задачи понижается за счет того, что элементы представляют только границы моделируемой области.

Метод **конечных разностей** преобразует систему дифференциальных уравнений и граничных условий в соответствующую систему алгебраических уравнений.

Метод **конечных элементов** (КЭ) относится к универсальным и может быть обобщен практически на неограниченный класс задач благодаря тому, что позволяет использовать элементы различных форм для получения сеточных разбиений любых нерегулярных областей.

Коммерческие системы инженерного анализа

- **T-FLEX Анализ** — универсальная система КЭ анализа с встроенным пре-/постпроцессором;
- **APM WinMachine** — отечественная универсальная система для проектирования и расчета в области машиностроения, включающая КЭ анализ с встроенным пре-/постпроцессором;
- **APM Civil Engineering** — отечественная универсальная система КЭ анализа с встроенным пре-/постпроцессором для проектирования и расчета строительных конструкций;
- **ABAQUS** — универсальная система КЭ анализа с встроенным пре-/постпроцессором;
- **ANSYS** — универсальная система КЭ анализа с встроенным пре-/постпроцессором;
- **Autodesk Simulation** — комплекс универсальных систем КЭ анализа со встроенными пре-/постпроцессорами (в комплекс входят Autodesk Simulation CFD — программа вычислительной гидрогазодинамики, Autodesk Simulation Mechanical — программа для механического и теплового анализа изделий и конструкций, Autodesk Simulation MoldFlow — программа моделирования процесса литья пластмассовых изделий под давлением);
- **ESAComp** — программная система конечно-элементных расчетов тонкостенных многослойных пластин и оболочек;
- **MSC.Nastran** — универсальная система КЭ анализа с пре-/постпроцессором MSC.Patran;
- **CAE Fidesys** — универсальная система КЭ анализа с встроенным пре-/постпроцессором;
- **HyperWorks** (HyperMesh, RADIOSS, OptiStruct, AcuSolve и др.) — универсальная программная платформа систем конечно-элементного анализа;
- **Moldex3D** — программная система конечно-элементного моделирования литья армированных пластмасс под давлением;
- **NEiNastran** — универсальная программная система конечно-элементного анализа;
- **NX Nastran** — универсальная система МКЭ анализа;
- **SAMCEF** — универсальная система КЭ анализа с пре-постпроцессором SAMCEF Field.
- **Femap** — независимый от САПР пре- и постпроцессор для проведения инженерного анализа методом конечных элементов;
- **FEM-models** — программный комплекс для моделирования и анализа методом конечных элементов. Специализация программы — геотехнические расчеты, совместные расчеты систем здание-основание.

Математическая основа инженерного анализа

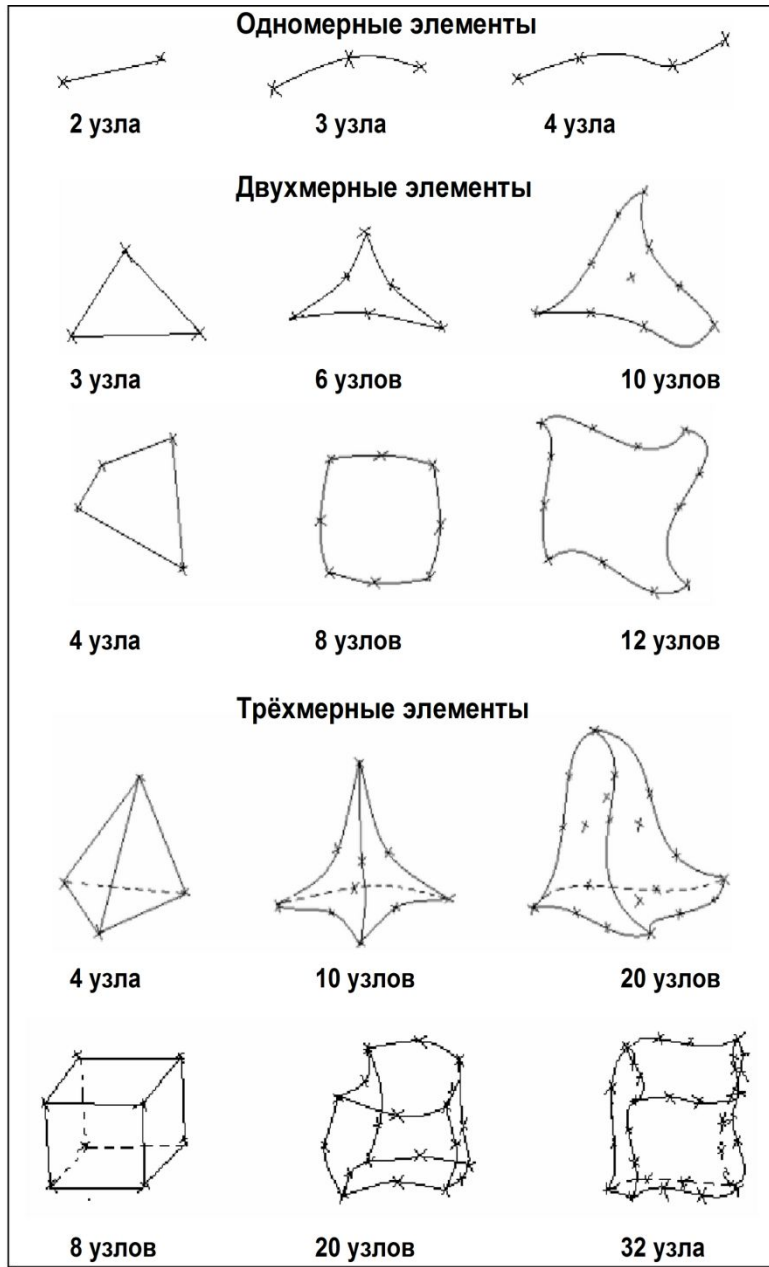
Метод конечных элементов (МКЭ) - наиболее эффективный расчетный метод, применяемым в САЕ-системах. Системы, использующие в качестве численного анализа технических конструкций МКЭ, называют **FEA системами** (Finite Element Analysis).

МКЭ работает на основе расщепления геометрии объекта на большое число элементов (конечных элементов). Эти элементы образуют ячейки сети с узлами в точках соединений. Поведение каждого малого элемента стандартной формы быстро рассчитывается на основе математических уравнений. Суммирование поведения отдельных элементов дает ожидаемое поведение объекта в целом.

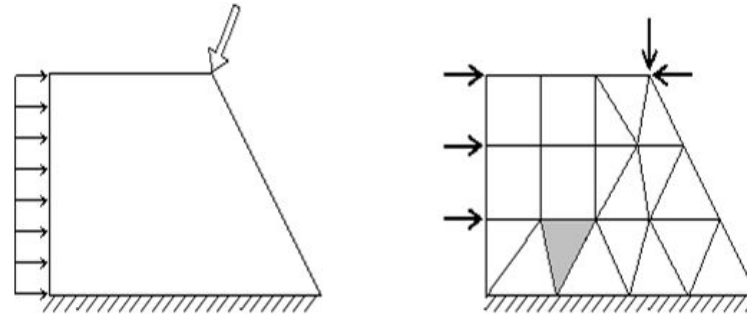
Алгоритм анализа методом конечных элементов



1. Дискретизация



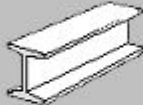
Дискретизация - деление исследуемой области на ячейки сетки (конечные элементы). Конечные элементы связываются между собой только в отдельных точках (**узлах**) определенным конечным числом **узловых параметров**.



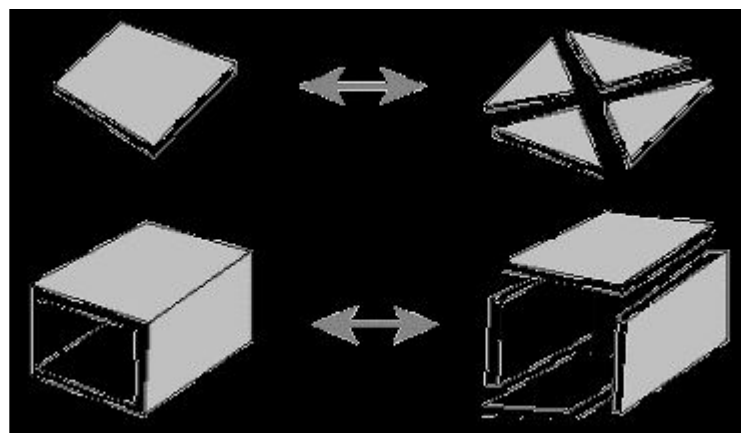
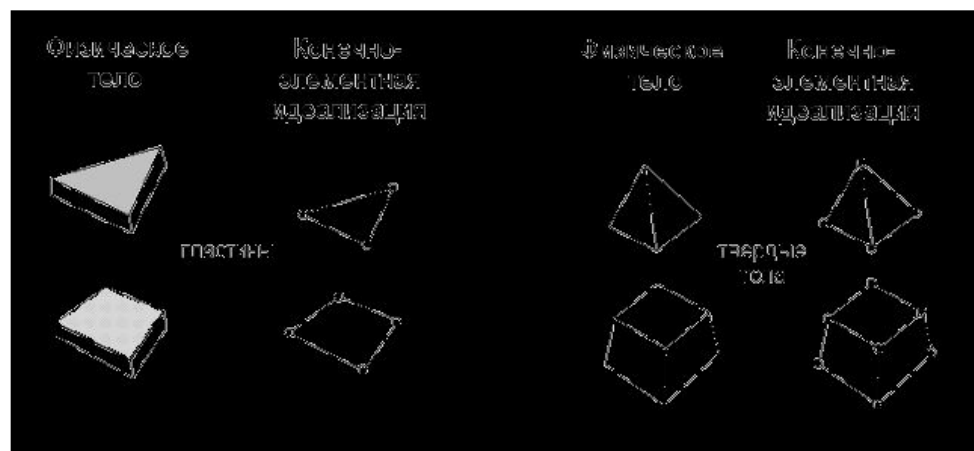
Основная проблема МКЭ – построение сетки, особенно для объекта сложной геометрии. Создание трехмерных сеток конечных элементов обычно представляет собой трудоемкий и кропотливый процесс.

Ансамблирование (сборка) - объединение отдельных элементов в конечно-элементную сетку. Суть ансамблирования состоит в объединении матриц жесткости отдельных элементов в одну глобальную матрицу жесткости всей конструкции.

Классификация конечных элементов, используемых в механике

Компонента физической конструкции (структуры)	Имя математической модели	Конечно-элементная дискретизация
	стержень	
	балка	
	труба	
	брус средней толщины	
	сдвиг панели	

Простейшие КЭ

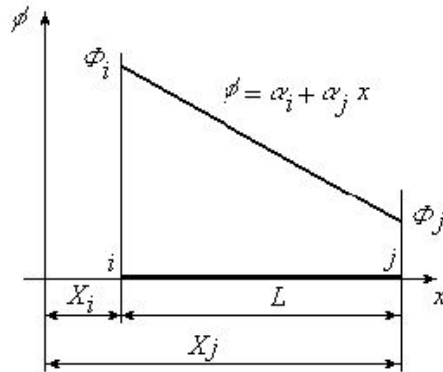


2. Аппроксимация

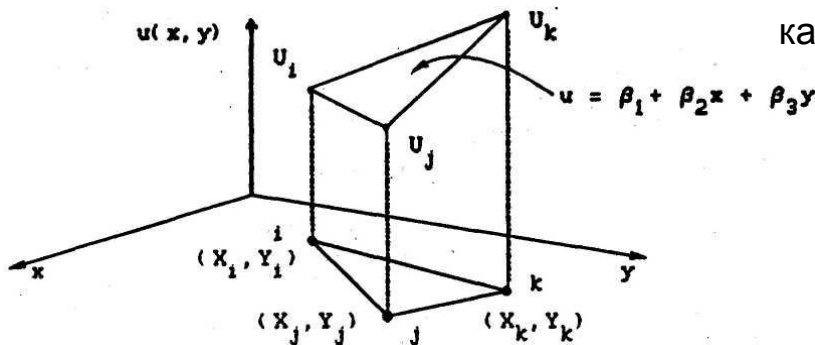
Реальная конструкция как сплошная среда с бесконечно многим числом степеней свободы заменяется дискретной моделью связанных между собой КЭ с конечным числом степеней свободы. Искомые функции в пределах каждого КЭ (например, распределение перемещений, деформаций, напряжений и т. д.) с помощью **аппроксимирующих функций** выражаются через узловые значения.

Аппроксимирующие функции:

Пример для одномерного КЭ



Пример для двумерного КЭ



Степень аппроксимирующего полинома определяет число узлов, которым должен обладать элемент

Аппроксимирующий полином второго порядка

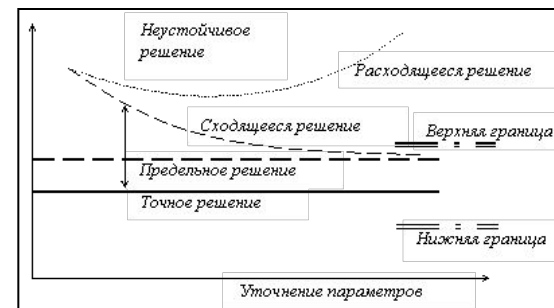
$$u^e(x, y) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y + \beta_4 x^2 + \beta_5 xy + \beta_6 y^2$$

Результат выбора аппроксимирующих функций:

Точность решения - отклонение приближенного решения от точного или истинного решения.

Устойчивость решения определяется ростом ошибок при выполнении отдельных вычислительных операций.

Сходимость решения - постепенное приближение последовательных решений к предельному, по мере того как уточняются параметры дискретной модели.

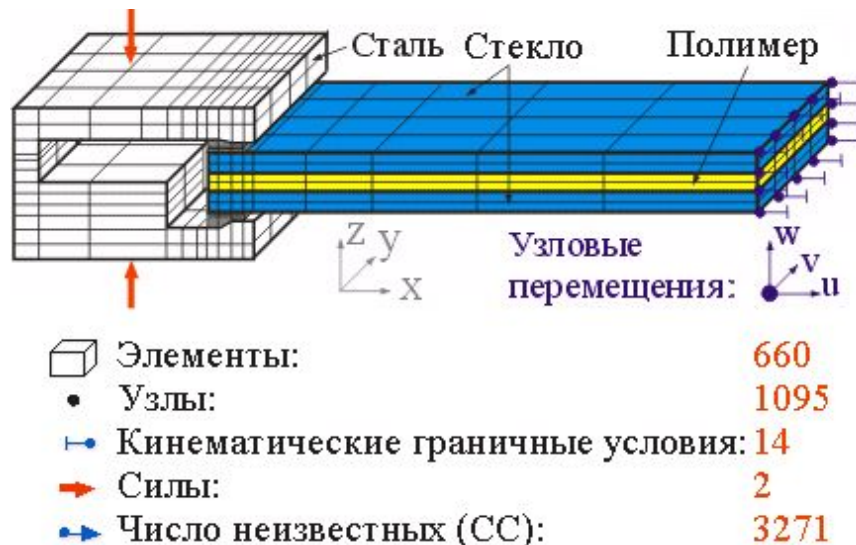


3. Задание граничных условий и материала

Граничные условия

Граничные или краевые условия для дифференциальных уравнений делятся на два основных типа: **существенные** и **естественные**.

К **существенным** граничным условиям относят те, которые включают в себя перемещения (*кинематические*). К **естественным** граничным условиям в МКЭ относят внешние силовые факторы: сосредоточенные силы и моменты в стержневых задачах; распределенные силы в двумерных и трехмерных задачах.



Свойства материала

В качестве соотношения, определяющего поведение материала, из которого изготовлена конструкция может использовать обобщенный закон Гука, связывающий тензор деформаций и тензор напряжений в точке.

Для линейного упругого стержневого элемента достаточно задать один модуль Юнга и один коэффициент температурного расширения.

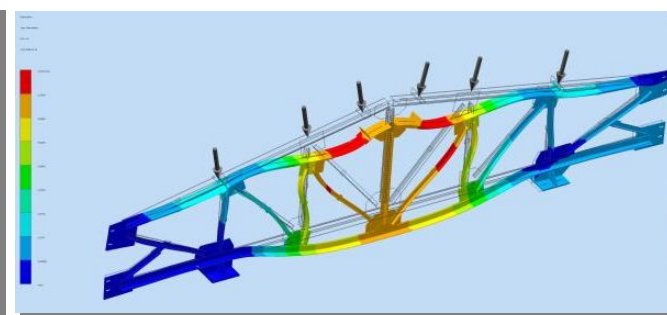
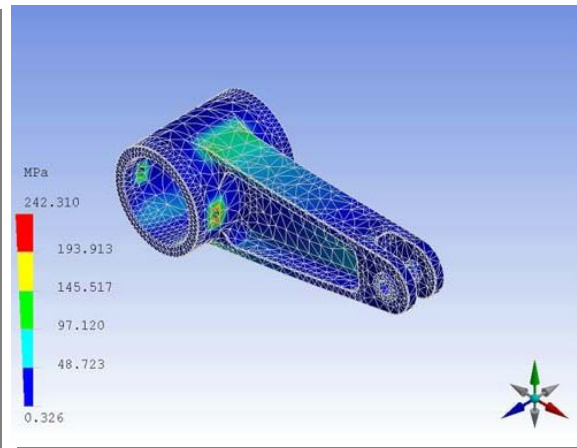
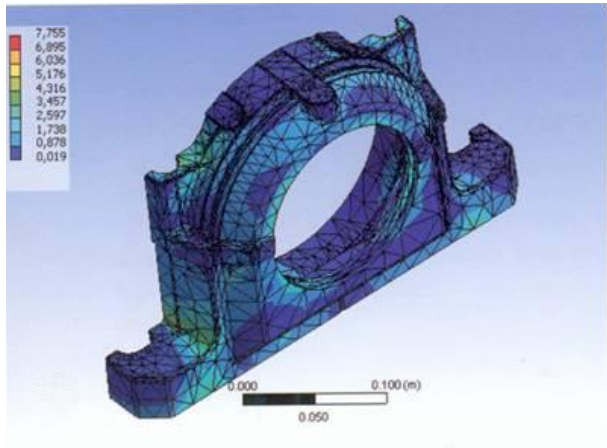
4. Формирование системы уравнений

После задания граничных условий и материала программа конечно-элементного анализа формирует систему уравнений, связывающую граничные условия с неизвестными, после чего решает эту систему относительно неизвестных.

$$\begin{bmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & k_{1122} & k_{1221} & k_{1123} & k_{1223} & k_{1123} \\
 0 & 0 & 0 & k_{2122} & k_{2221} & k_{2123} & k_{2223} & k_{2123} \\
 0 & 0 & 0 & k_{1132} & k_{1231} & k_{1133} & k_{1233} & k_{1133} \\
 0 & 0 & 0 & k_{2132} & k_{2231} & k_{2133} & k_{2233} & k_{2133} \\
 0 & 0 & 0 & k_{3132} & k_{3231} & k_{3133} & k_{3233} & k_{3133}
 \end{bmatrix}
 \begin{Bmatrix}
 u_{11} \\
 u_{21} \\
 u_{31} \\
 u_{12} \\
 u_{22} \\
 u_{13} \\
 u_{23} \\
 u_{33}
 \end{Bmatrix}
 =
 \begin{Bmatrix}
 F_{11} \\
 F_{21} \\
 F_{31} \\
 F_{12} - k_{1122}u_{11}^0 - k_{1221}u_{21}^0 - k_{1123}u_{31}^0 \\
 F_{22} - k_{2122}u_{11}^0 - k_{2221}u_{21}^0 - k_{2123}u_{31}^0 \\
 F_{13} - k_{1132}u_{11}^0 - k_{1231}u_{21}^0 - k_{1133}u_{31}^0 \\
 F_{23} - k_{2132}u_{11}^0 - k_{2231}u_{21}^0 - k_{2133}u_{31}^0 \\
 F_{33} - k_{3132}u_{11}^0 - k_{3231}u_{21}^0 - k_{3133}u_{31}^0
 \end{Bmatrix}$$

5. Получение и анализ результатов

После нахождения значений неизвестных пользователь получает возможность рассчитать значение любого параметра в любой точке любого конечного элемента по той же искомой функции, которая использовалась при построении системы уравнений. *Графические изображения* обычно более информативны, поскольку дают возможность изучить поведение параметров на всей области задачи.

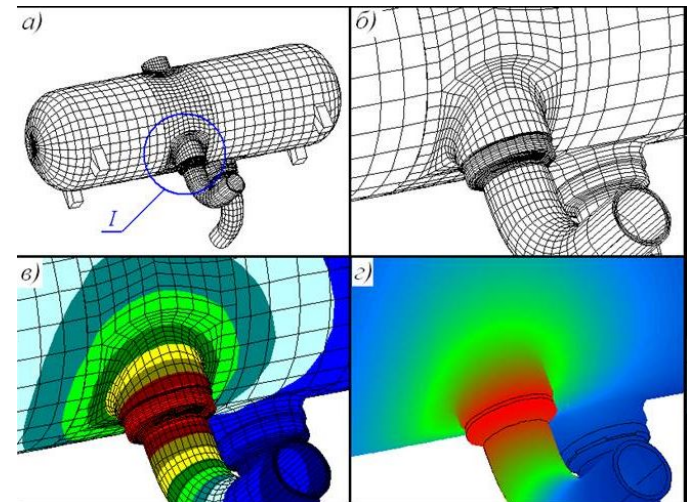
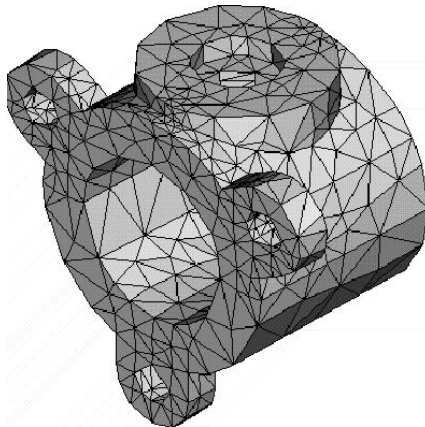


Ошибки метода конечных элементов

Причины возникновения погрешности в методе конечных элементов:

- накапливающиеся ошибки округления;
- погрешностью приближенных методов линейной алгебры, численного дифференцирования;
- **ошибки дискретизации** - результат различий между действительной геометрией области и её аппроксимацией системой конечных элементов;
- **ошибки аппроксимации** - обусловлены разностью между действительным распределением искомых функций в пределах КЭ и их представлением с помощью аппроксимирующих функций.

Ошибки дискретизации уменьшаются с увеличением числа конечных элементов и соответственно с уменьшением их размеров, причем они стремятся к нулю, когда размер элемента стремится к нулю. Для оценки погрешности **аппроксимации** выполняют **несколько расчетов** при различных разбиениях области КЭ, по результатам этих расчетов строится зависимость рассчитанных напряжений (перемещений, деформаций) от размера элемента, затем выполняется экстраполяция на случай размера элемента, стремящегося к нулю.



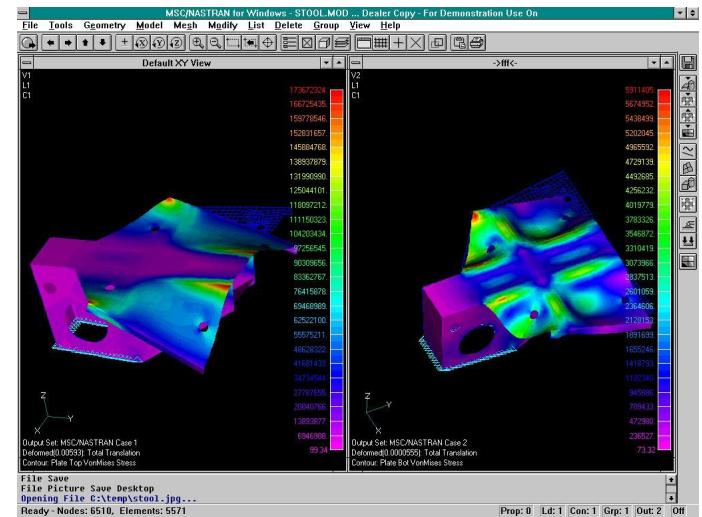
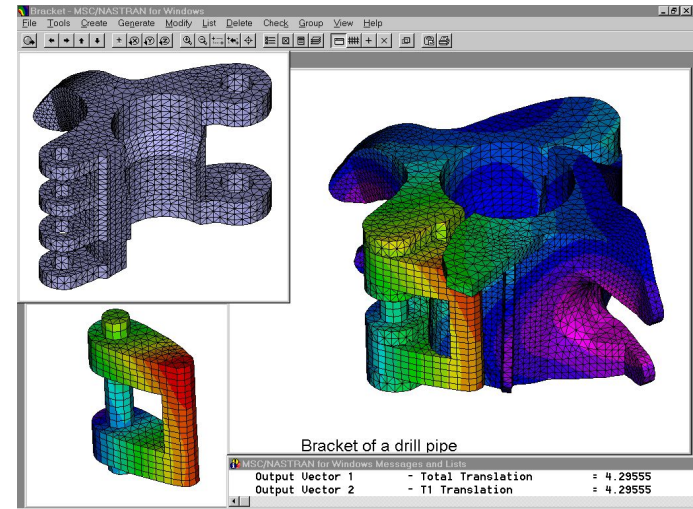
Метод конечных элементов. Историческая справка

- Метод конечных элементов впервые был применен в инженерной практике в начале 50-х гг. XX в. На раннем этапе формулировки МКЭ основывались на принципах **строительной механики**, что ограничивало сферу его применения. И только когда были сформулированы основы метода в вариационной форме, стало возможным распространение его на многие другие задачи. Быстрое развитие МКЭ шло параллельно с прогрессом современной компьютерной техники и ее применением в различных областях науки и инженерной практики.
- Значительный вклад в разработку МКЭ был сделан Иоаннисом Аргирисом. Им впервые дана общая матричная формулировка расчета стержневых систем на базе фундаментальных энергетических принципов, определена матрица податливости, а также введено понятие матрицы жесткости (как обратной матрице податливости). Аргирис — один из основателей метода конечных элементов. В 1956 г. его теоретические разработки использовались при строительстве Боинга-747. Работы Аргириса и его сотрудников, опубликованные в период 1954–1960 гг., дали отправную точку для матричной формулировки известных численных методов и применения ЭВМ в расчетах конструкций.
- Первая работа, в которой была изложена современная концепция МКЭ, относится к 1956 г. Американские ученые М. Тэрнер, Р. Клафф, Г. Мартин и Л. Топп, решая плоскую задачу теории упругости, ввели элемент треугольного вида, для которого сформировали матрицу жесткости и вектор узловых сил. Название — **метод конечных элементов** ввел в 1960 г. Р. Клафф.
- К семидесятым годам относится появление математической теории конечных элементов. Значительный вклад в разработку теоретических основ МКЭ внесли и российские ученые.
- Период последних десятилетий особенно характерен для развития и применения МКЭ в таких областях механики сплошных сред, как оптимальное проектирование, учет нелинейного поведения, динамика конструкций и т. п.

Примеры реализации МКЭ

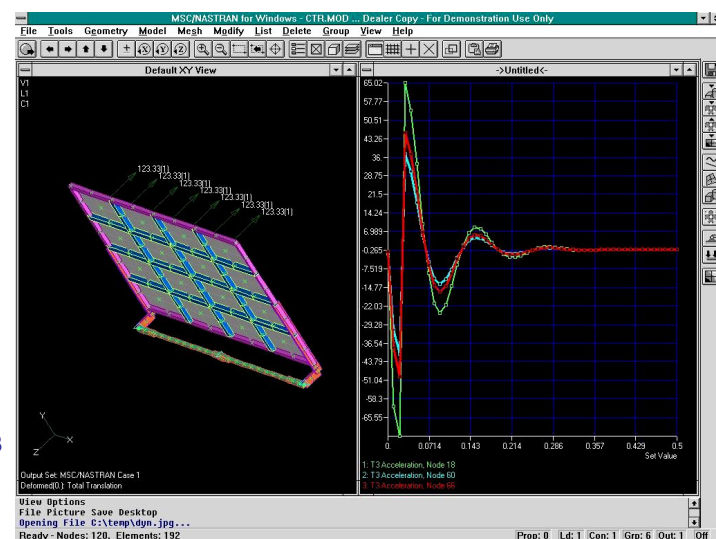
MSC.Software

- **MSC.Nastran** – расчеты прочности, устойчивости, частот и форм колебаний, теплопередачи и др.
- **MSC.Dytran** – анализ быстротекущих процессов, штамповки листов, столкновения объектов и др.
- **MSC.Marc** – нелинейный анализ конструкций, моделирование вытяжки, сварки, экструзии и др.
- **MSC.Patran** – интегрированная среда моделирования и анализа (импорт CAD-геометрии, построение сетки КЭ и др.)
- **MSC.Manufacturing** (MSC.Superforge и MSC.Superform) – моделирование процессов штамповки,ковки и др.

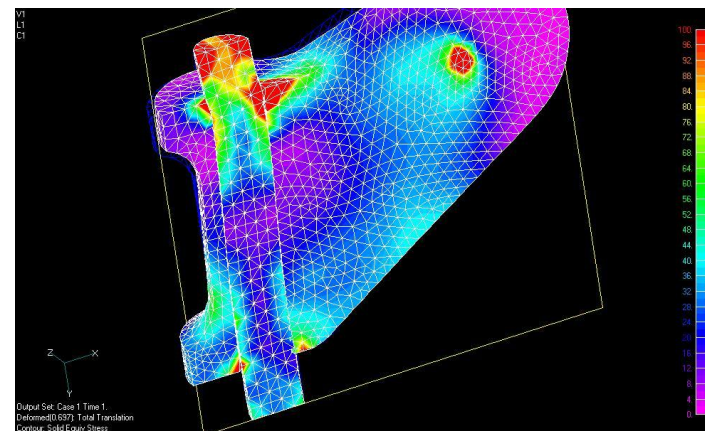


NX Nastran (MSC.Nastran)

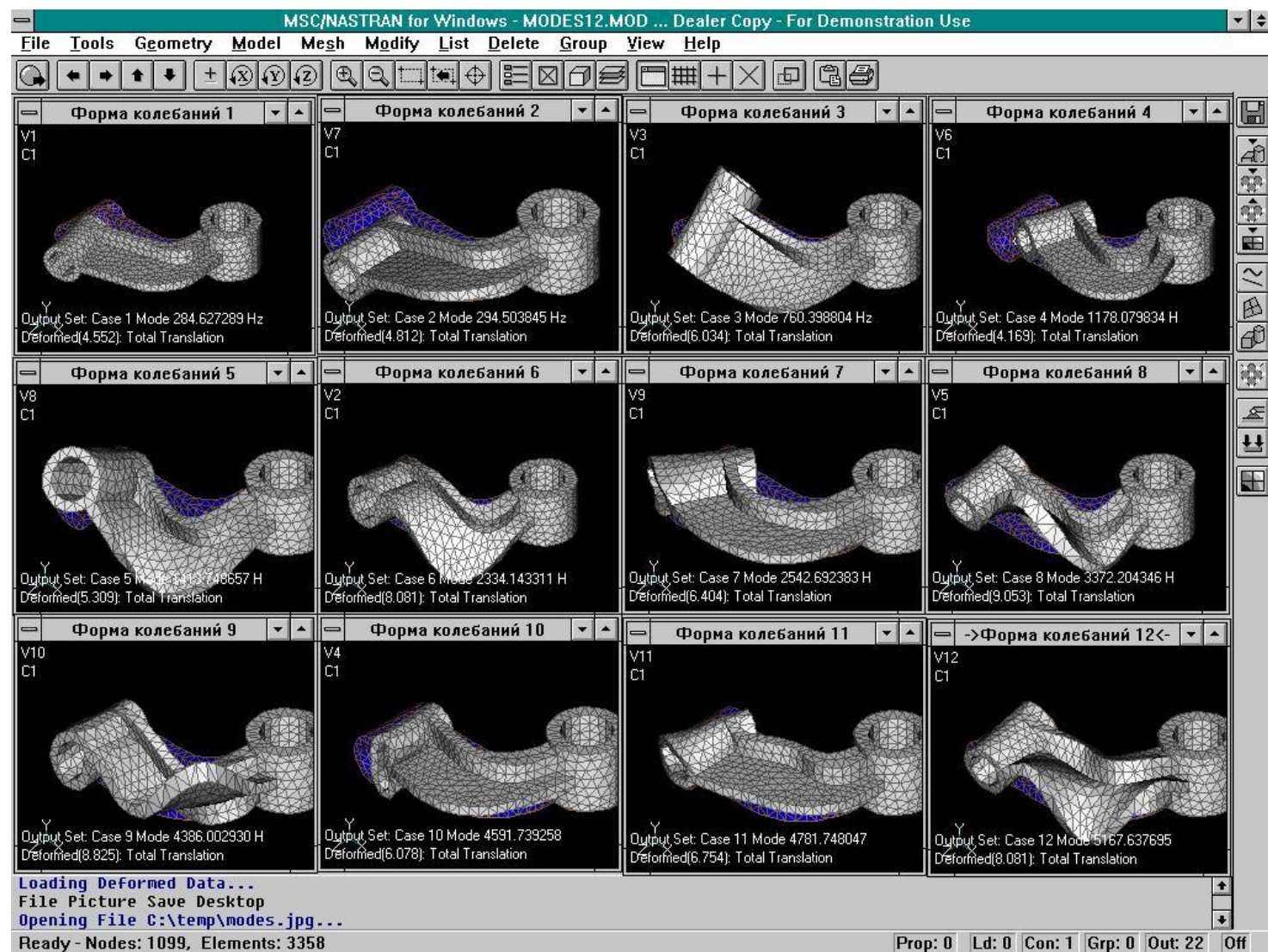
- Расчет напряженно-деформированного состояния
- Расчет собственных частот и форм колебаний
- Анализ устойчивости
- Решение задач теплопередачи
- Исследование установившихся и неустойчивых процессов
- Исследование нелинейных статических процессов и нелинейных динамических переходных процессов
- Расчет критических частот и вибраций роторных машин
- Анализ частотных характеристик при воздействии случайных нагрузок
- Спектральный анализ и исследование аэроупругости
- Возможность моделирования практически всех типов материалов



В декабре 2008 г. Siemens PLM Software сообщила о том, что с помощью NX Nastran специалистам компании удалось решить сложнейшую статическую линейную пространственную задачу механики деформируемого твердого тела (МДТТ) для крыла самолета, находящегося под действием изгибающих нагрузок. Для КЭ решения задачи была разработана полномасштабная пространственная КЭ модель, которая содержала ~ 98 млн оболочечных и ~ 49 млн пространственных конечных элементов. Общее число уравнений — ~ 500 млн. Время КЭ расчета составило менее 18-ти часов на 8-ми ядерном сервере IBM Power 570.



Пример расчета частот и форм собственных колебаний кронштейна в MSC.Nastran

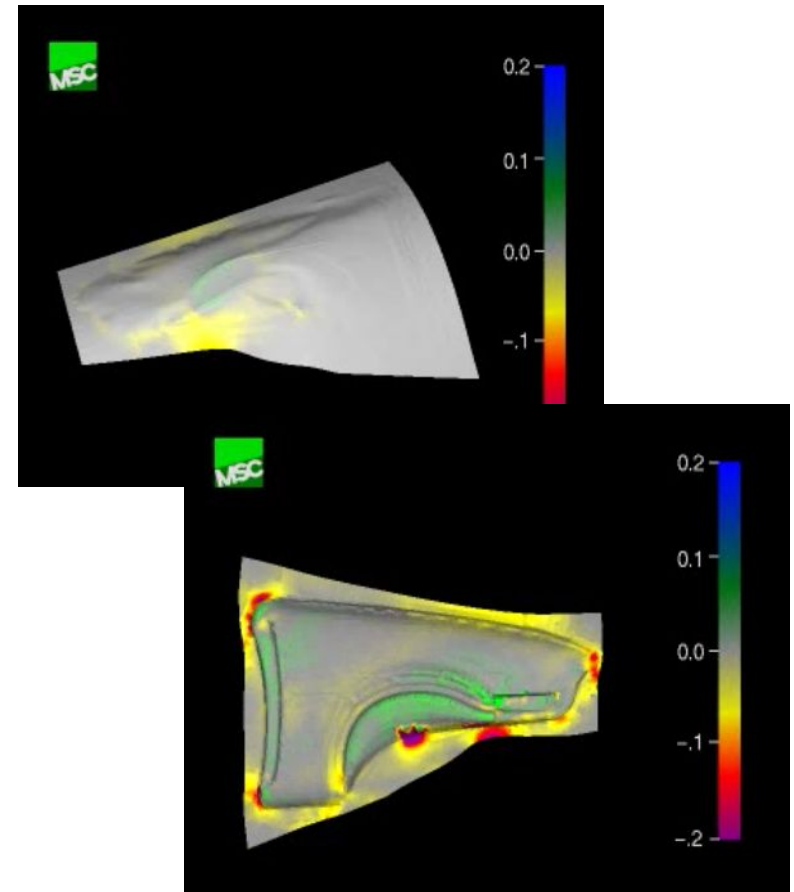


MSC.Dytran

Анализ высоко нелинейных быстропротекающих процессов, связанных с взаимодействием различных частей конструкции, конструкции и конструкции, а также конструкции и жидкости (газа)

Области применения

- взаимодействие автомобиля, препятствия, пассажира и подушки безопасности при аварии
- столкновение птиц с самолетными конструкциями
- столкновение и посадка на мель судов
- взрывы в ограниченном пространстве
- удар снаряда о преграду и ее пробивание
- попадание метеорита в обшивку космического аппарата
- штамповка металла
- поведение жидкости в неполных емкостях

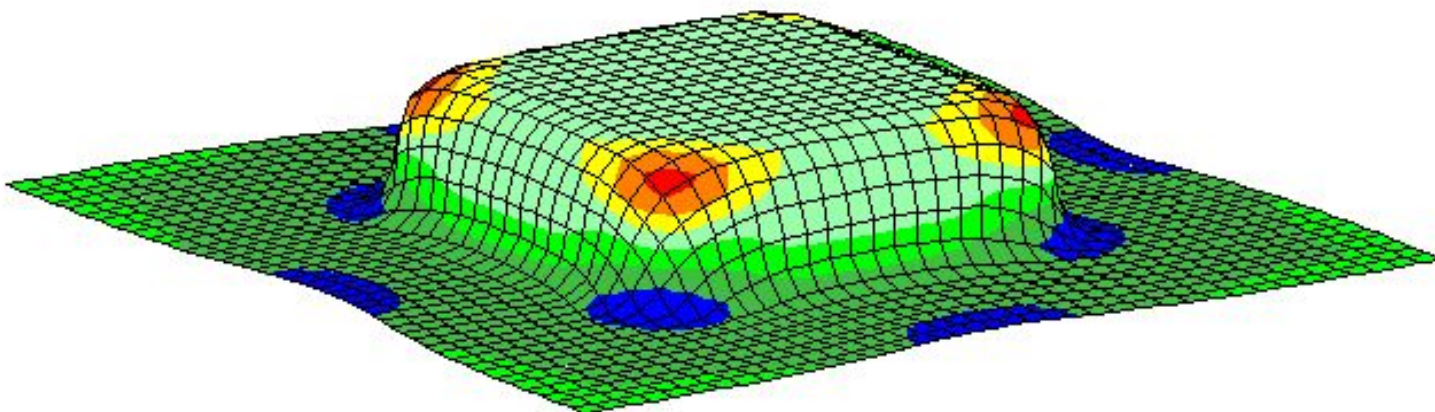


Пример визуализации результатов глубокой прямоугольной вытяжки в MSC.Dytran



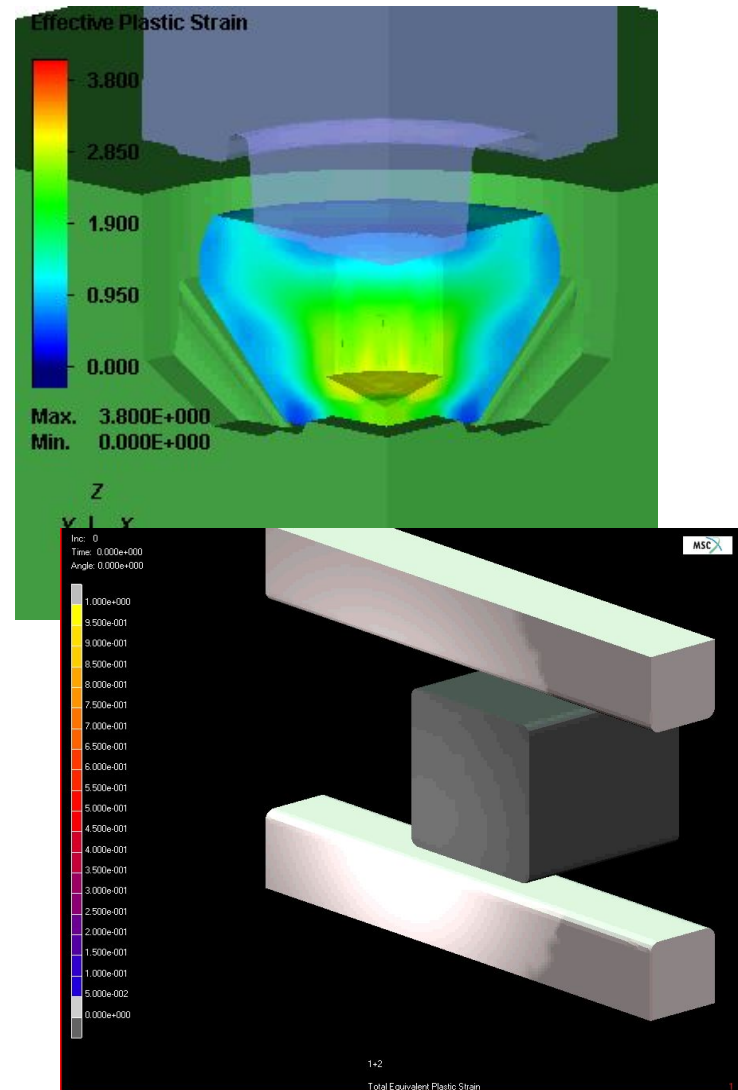
Распределение материала заготовки

- ☐ Утонение в углах до 0.5 мм - красный цвет
- ☐ Наплывы до 0.2 мм - синий цвет



MSC.Manufacturing

- **MSC.Superforge** – Анализ процессов горячей штамповки и ковки. При анализе система учитывает подробные характеристики материала заготовки, параметры пресса, наличие трения и температурных эффектов, фактор упругости материала, возможность скольжения заготовки при ее укладке (ручной или автоматической) и др.
- **MSC.Superform** – моделирование процессов объемного формования, включая экструзионное прессование, осевую и кольцевую прокатку, вырубку заготовок из листа, прокатку слитков, гибку толстых листов и резание. Система выполняет анализ процесса формования, проводит анализ поведения материала, рассчитывает нагрузки на инструмент, определяет его износ и ресурс.



Постановка задачи для зуба ковша экскаватора ЭГК-8(10)

Изделие: “Зуб ковша экскаватора типа ЭГК-8(10)”

Заказчик: ЗАО “ФЕРРО БАЛТ ПЛЮС”

Исполнитель: ОАО “Завод турбинных лопаток” (СПб)

Характеристики предложенного технологического процесса:

- штамповочный молот с массой падающих частей 25 т.
- вес заготовки 265 кг
- вес штамповки 170 кг (выход 64% при норме расхода 75-80%)
- вес оснастки 32 т (для предварительной и окончательной штамповки)

Задачи:

- уменьшить вес заготовки
- повысить стойкость оснастки
- уменьшить стоимость оснастки
- улучшить качество изделия

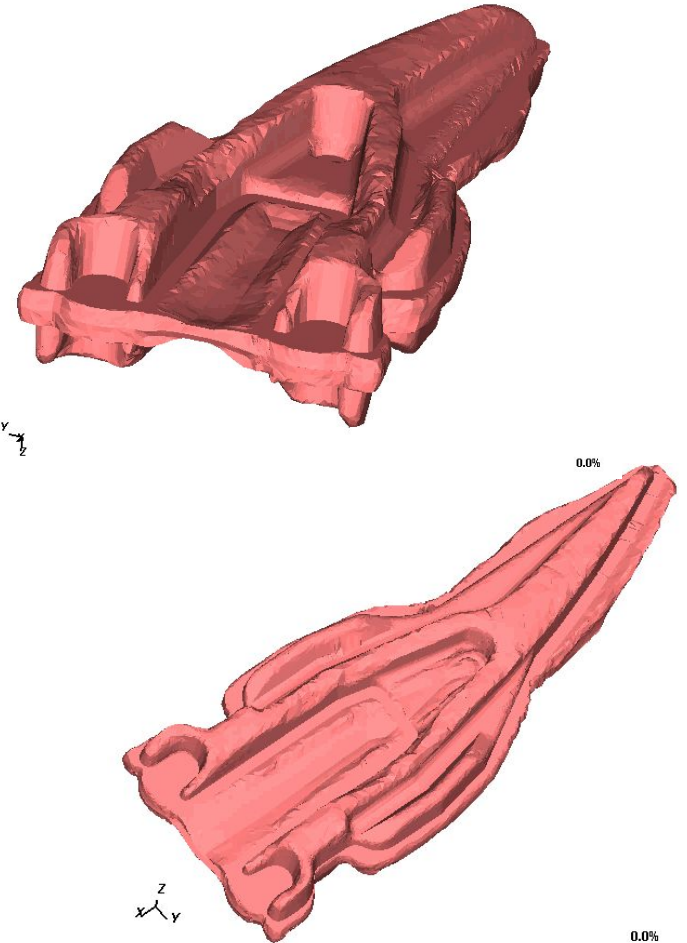
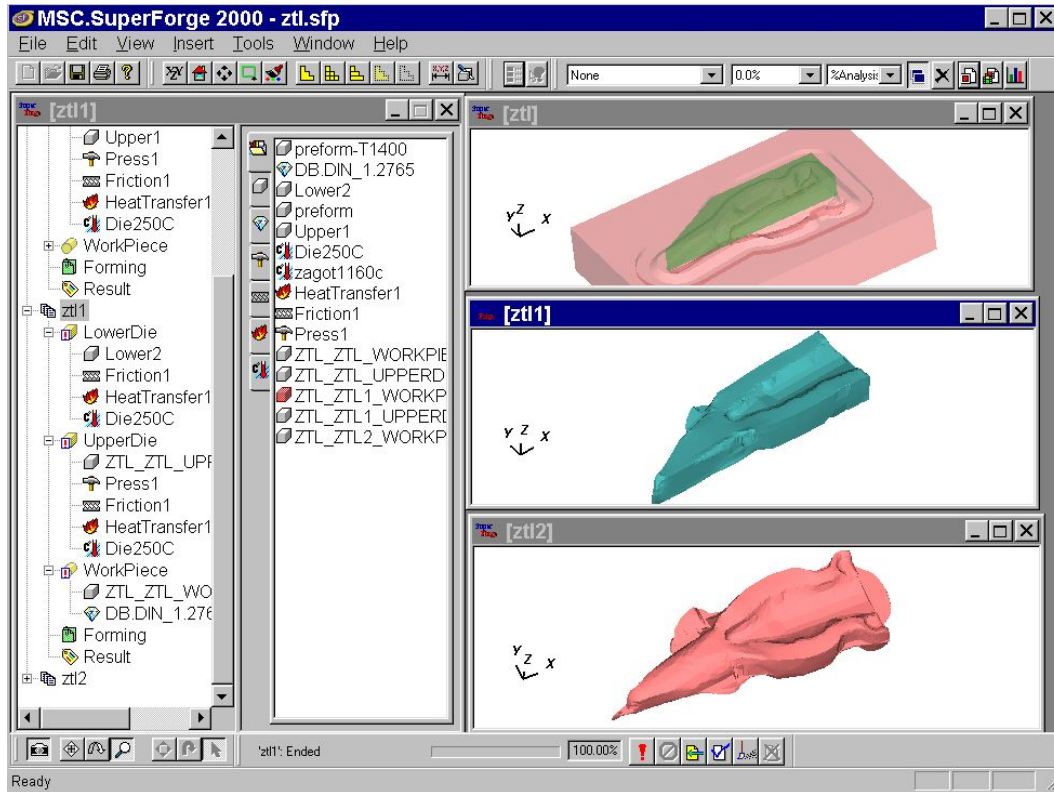
Зуб ковша экскаватора типа ЭГК-8(10)



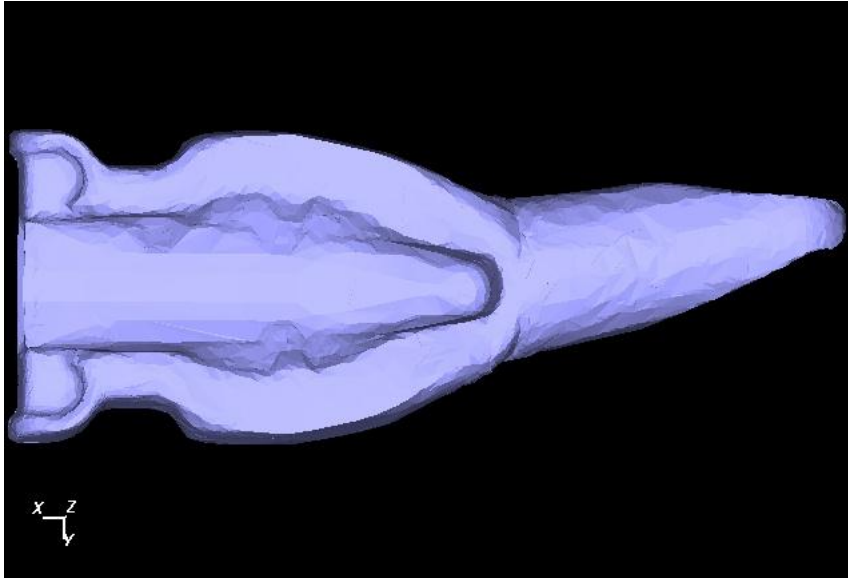
Оборудование – штамповочный молот



Пример визуализации результатовковки зуба ковша экскаватора в MSC.Superforge



Расчеты и реальный процесс



Результат после
предварительной штамповки,
получен в MSC.Superforge

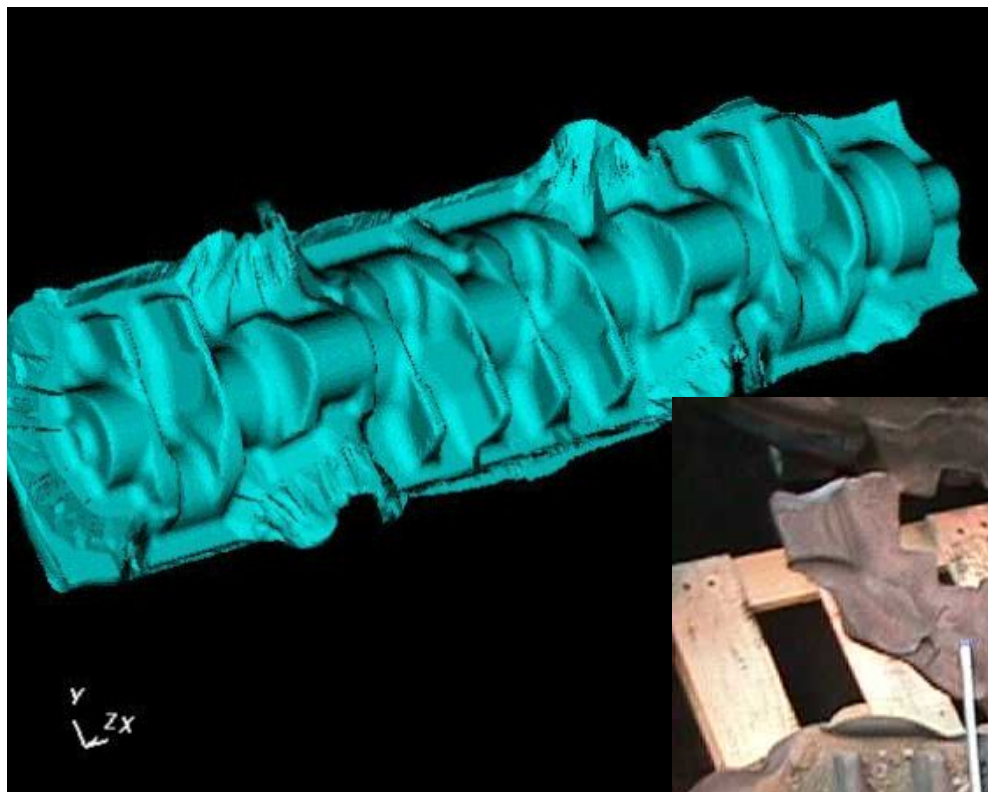


Результат после
предварительной штамповки,
в металле

Очень хорошее совпадение
результатов расчета в
MSC.Superforge с реальным
процессом

- вес заготовки уменьшен на 50 кг
- исключен обрезной штамп после предварительной штамповки
- полное заполнение гравюр при окончательной штамповке
- уменьшен износ штампов

Модель в MSC.Superforge и реальная деталь



Моделирование процесса резания методом конечных элементов (А. Н. Болотеин, РГАТУ им. П.А. Соловьёва)

