

КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА

Объясняет поведение микрочастиц,
обладающих волновыми свойствами.

В основе квантовой механики:

гипотеза де Бройля,

соотношение неопределенностей Гейзенберга,

уравнение Шредингера.



Луи де Бройль (1892 - 1987) , Франция;

Вернер Гейзенберг (1901-1975), Германия;

Эрвин Шредингер (1887-1961), Австрия.



Гипотеза де Бройля (1923 г.)

Корпускулярно-волновой дуализм универсален: соотношения, выполняющиеся для фотонов

$$\varepsilon = h\nu, p = \frac{h}{\lambda},$$

справедливы и для частиц, имеющих массу покоя.



Любой частице, обладающей
импульсом p ,
сопоставляется волновой
процесс с длиной волны

$$\lambda = \frac{h}{p}.$$

Для классической частицы $(v \ll c)$

$$\vec{p} = m\vec{v},$$

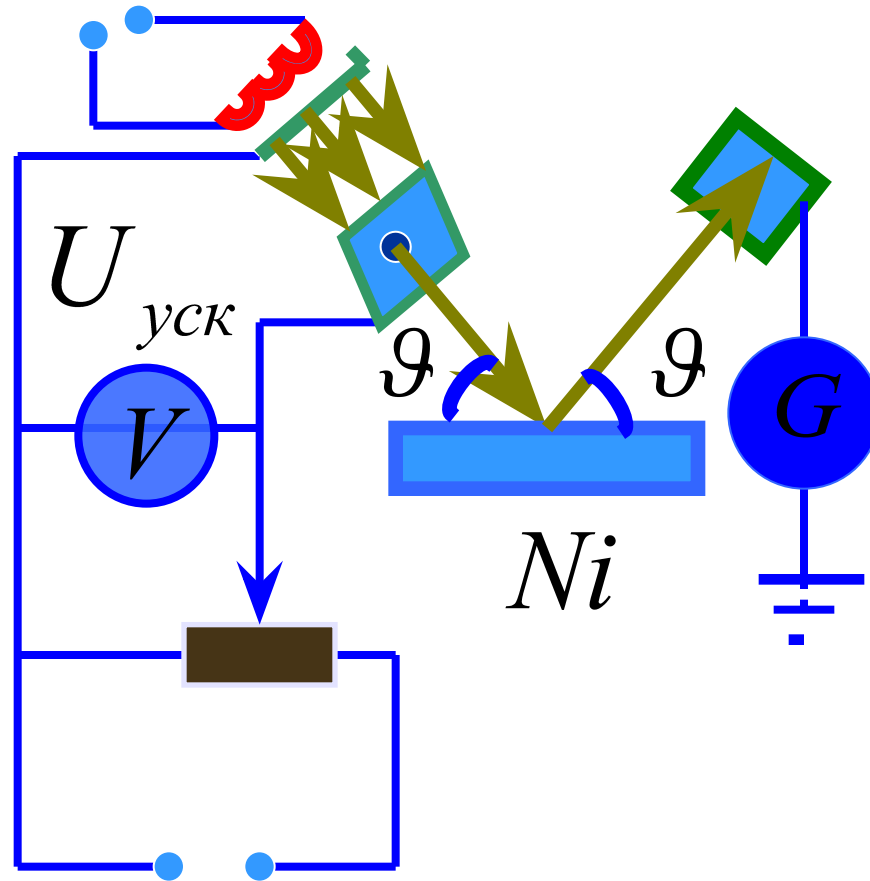
для релятивистской частицы $(v \sim c)$

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Рассеяние электронов монокристаллом никеля

Клинтон Дэвиссон, Лестер Джермер (1927 г.)

Электронная пушка



Цилиндр
Фарадея

$$\frac{p^2}{2m} = eU_{\text{уск}}; \quad p = \sqrt{2meU_{\text{уск}}};$$

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU_{\text{уск}}}};$$

$$2d \sin \vartheta = n\lambda, n = 1, 2, \dots$$

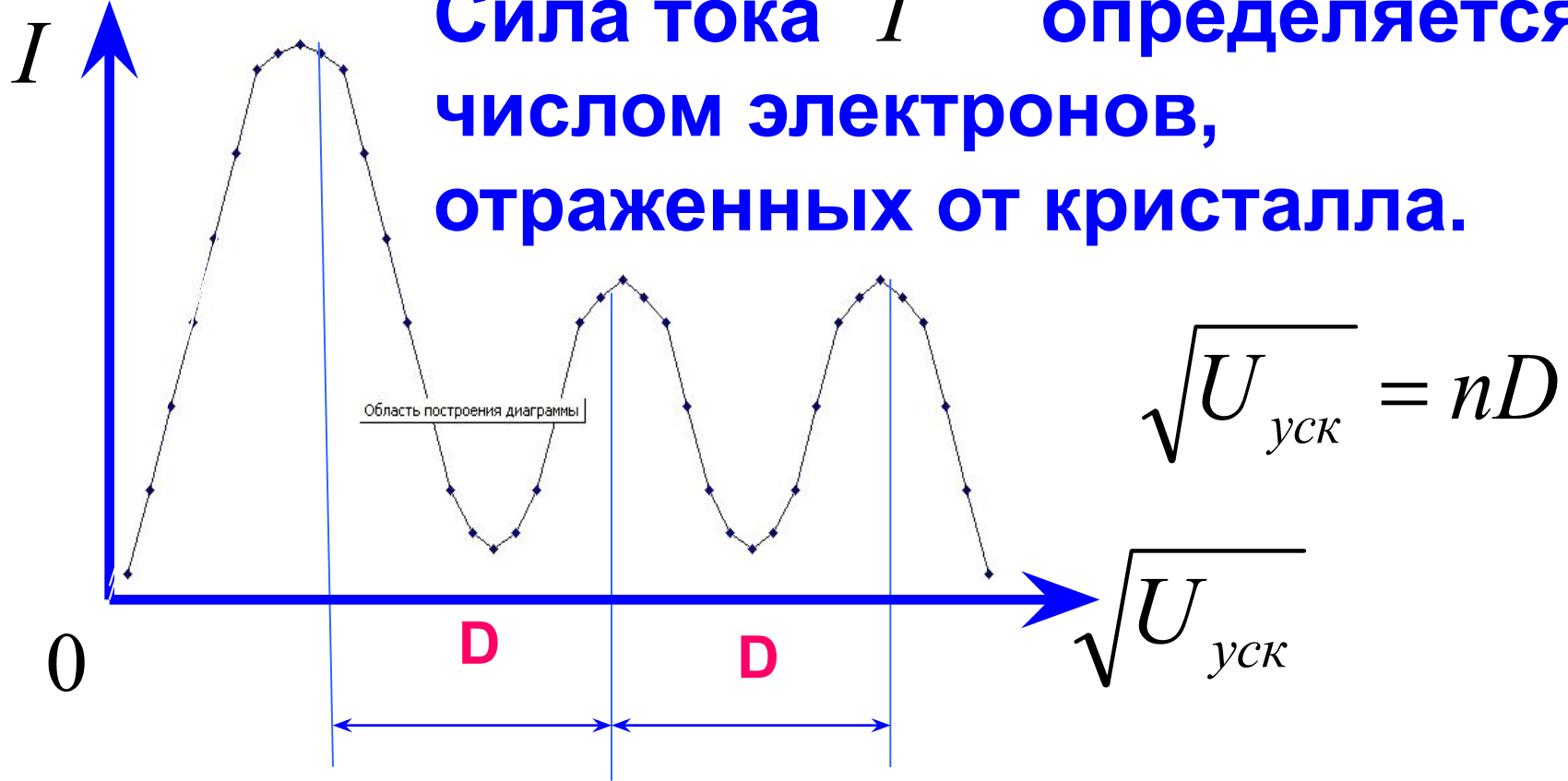
$\vartheta = \text{const}$ – **УГОЛ СКОЛЬЖЕНИЯ;**

$$\sqrt{U_{\text{уск}}} = n\lambda / (2d \sin \vartheta \sqrt{me}) = nD.$$



Зависимость силы тока от ускоряющего напряжения

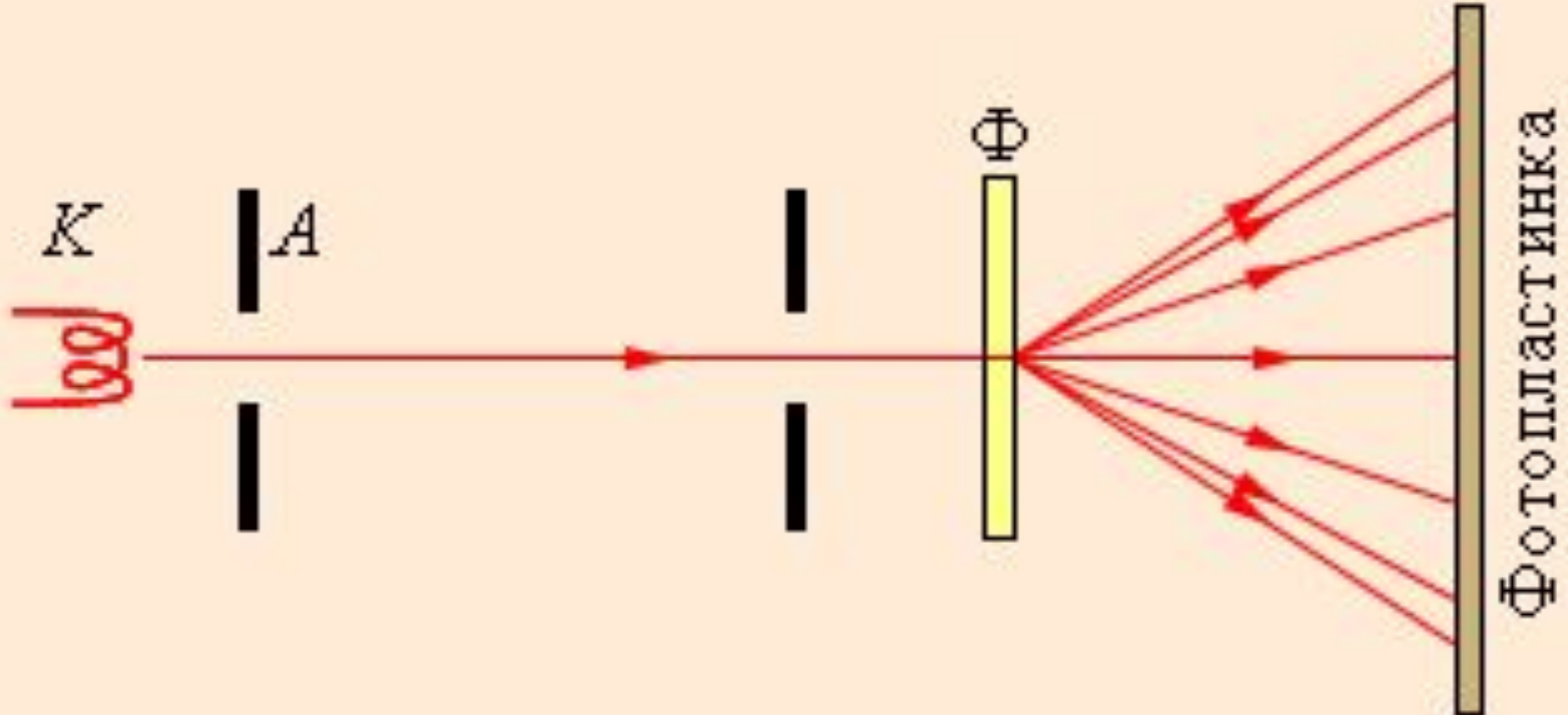
Сила тока I определяется числом электронов, отраженных от кристалла.



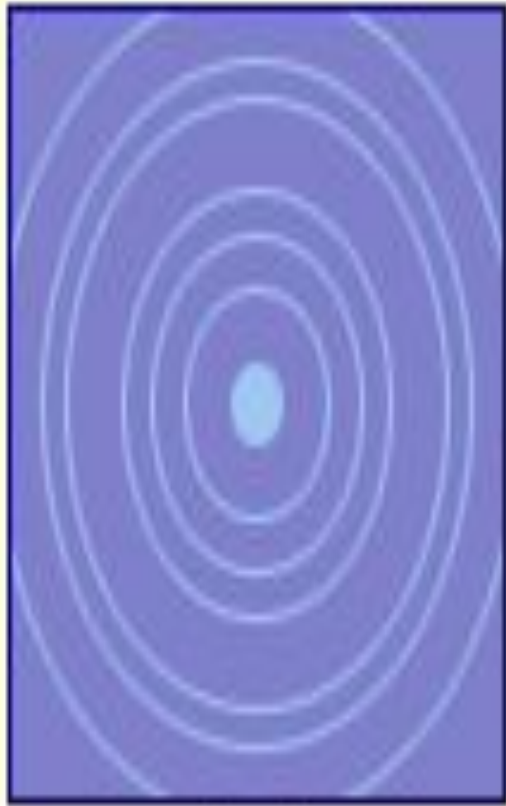
Максимумы кривой отстоят друг от друга на одинаковых расстояниях.

Схема опытов Г. Томсона по дифракции электронов.

К – накаливаемый катод, А – анод, Ф – фольга из золота



Дифракция электронов на поликристаллическом образце при длительной (а) и при короткой (b) экспозиции. В случае (b) видны точки попадания отдельных электронов на фотопластинку



(a)



(b)

Свойства волн де Бройля:

1) имеют специфическую **квантовую** природу, нет аналогии с волнами в классической физике;

2) волновая функция $\Psi(x, y, z, t)$ используется для расчета вероятности нахождения частицы в данной точке пространства в данный момент времени;



3) интенсивность волн де Бройля определяет квадрат модуля Ψ – функции $|\Psi|^2$;

4) фазовая скорость волн де Бройля для классической частицы, движущейся со скоростью v :

$$v_{\phi} = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega \hbar}{k \hbar} = \frac{W}{p} = \frac{mv^2}{2mv} = \frac{v}{2};$$

5) групповая скорость волн де Бройля:

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(\hbar\omega)}{d(\hbar k)} = \frac{dW}{dp} = \frac{d}{dp} \left(\frac{p^2}{2m} \right) = \frac{p}{m} = v.$$

Использованы обозначения:

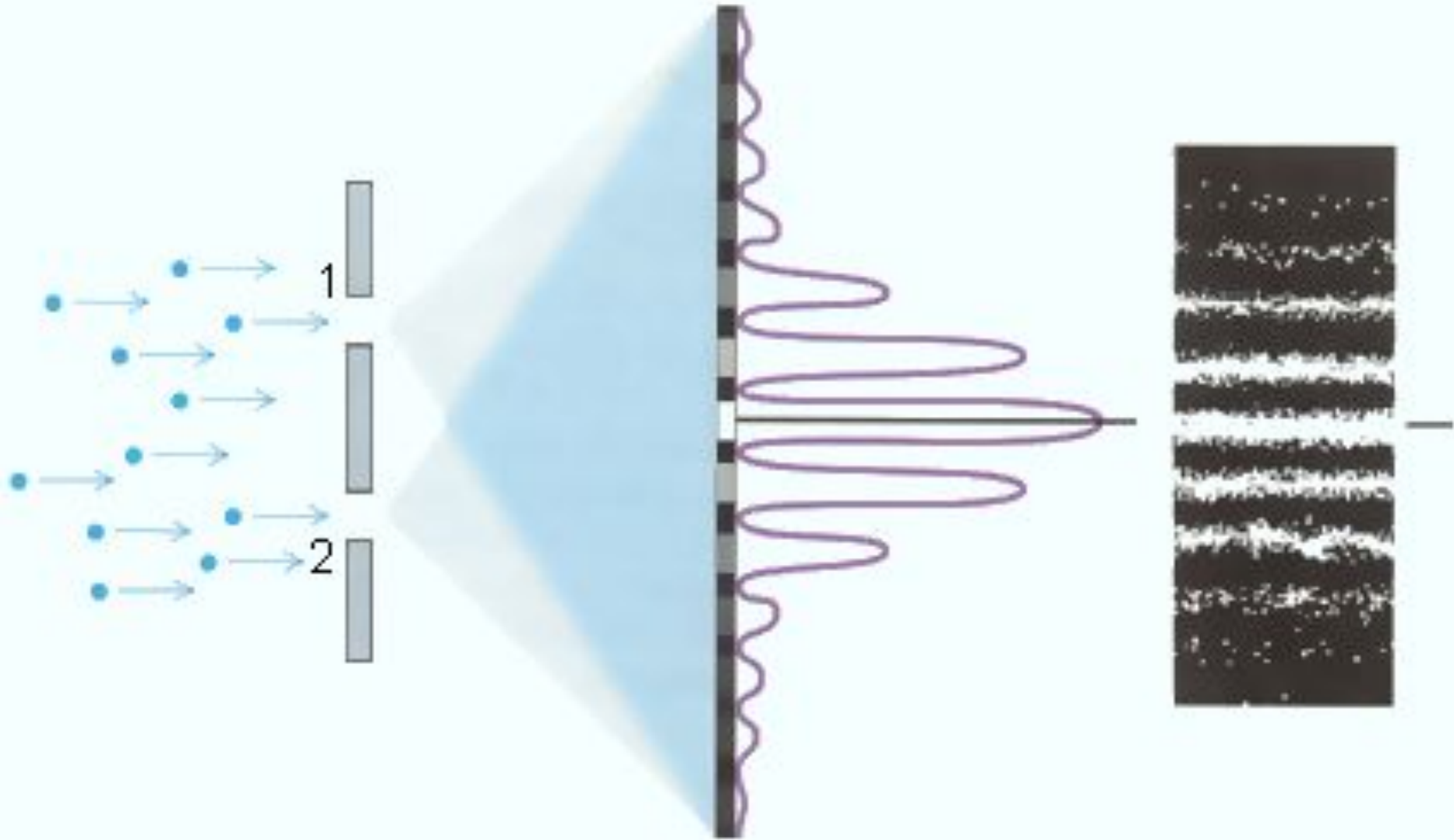
ω — циклическая частота,

k — волновое число,

$\hbar = \frac{h}{2\pi}$ — постоянная Планка.



Дифракция электронов на двух щелях (мысленный эксперимент)



Можно ли экспериментально обнаружить волновые свойства макрообъекта?

Пуля массой 10 г летит со скоростью 500 м/с. Определить длину волны де Бройля для этого макрообъекта.

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{10 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot 500 \text{ м} / \text{с}} \approx 1,3 \cdot 10^{-34} \text{ м.}$$

Ответ : (?)



Соотношение неопределенностей

Гейзенберг (1927г.): произведение неопределенностей координаты и соответствующей ей проекции импульса не может быть меньше постоянной Планка

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar,$$

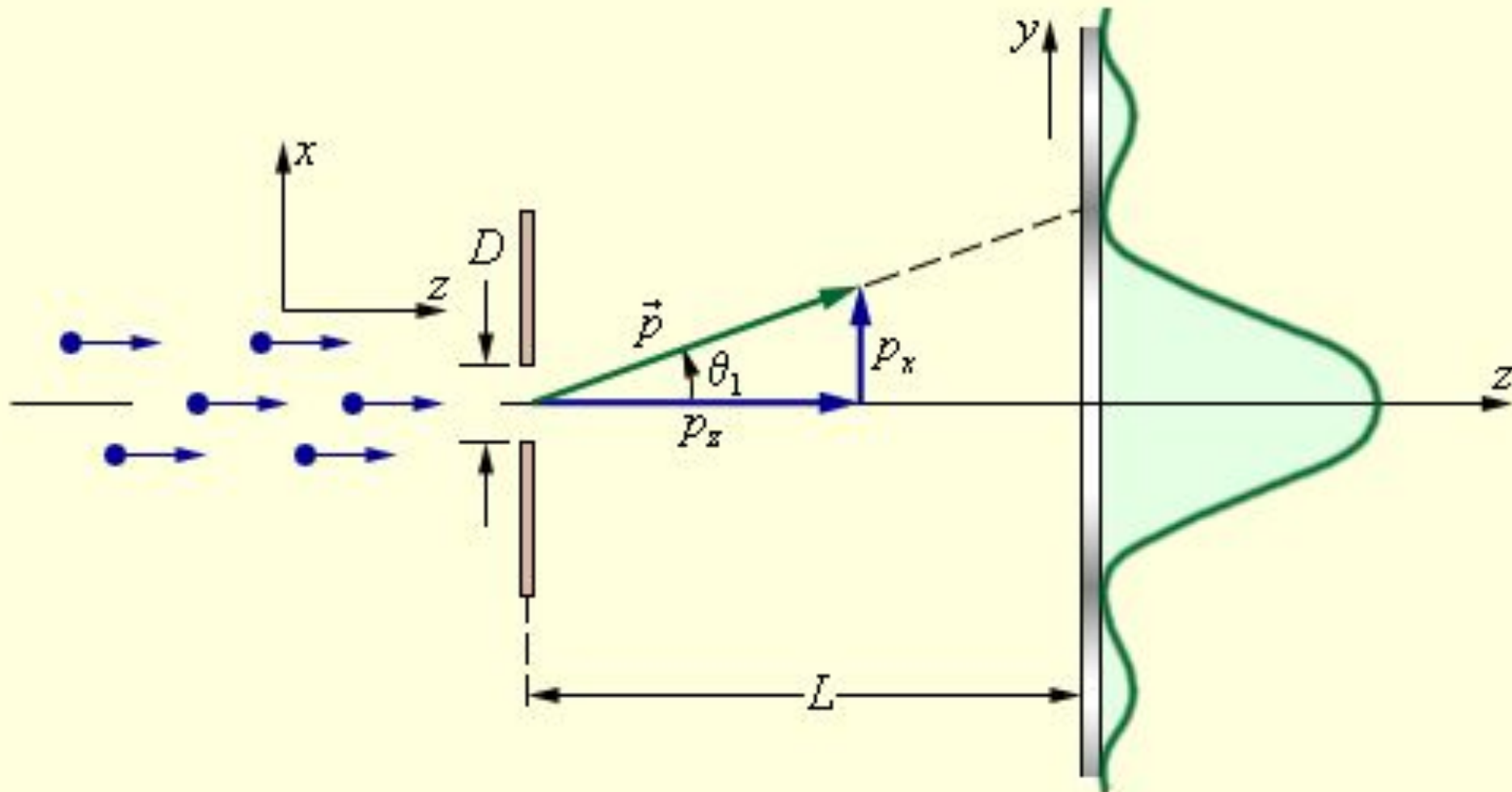
$$\Delta y \cdot \Delta p_y \geq \hbar,$$

$$\Delta z \cdot \Delta p_z \geq \hbar.$$

Квантовое ограничение применимости классической механики к микрообъектам.



Дифракция электронов на щели. График справа – распределение электронов на фотопластинке



Соотношение неопределенностей связывает и другие сопряженные величины – энергию частицы в возбужденном состоянии и время ее пребывания в данном состоянии:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar,$$

где ΔE – неопределенность энергии состояния системы,

Δt – промежуток времени существования этого состояния.

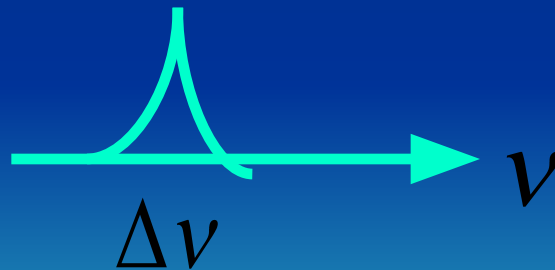


Разброс энергии

$$\Delta E = \hbar / \Delta t$$

возрастает с уменьшением времени жизни.

Следовательно, неопределенность частоты $\Delta \nu = \Delta E / h$ увеличивается, спектральные линии размыты.



Почему электрон не падает на ядро?

Если электрон приближается к ядру, то неопределенности в значениях координат электрона уменьшаются, и увеличиваются неопределенности в значении импульса электрона. В системе координат “ядро атома” средние значения импульса электрона и его координат равны нулю.



Следовательно,

$$p_x \approx \Delta p_x; \quad p_y \approx \Delta p_y; \quad p_z \approx \Delta p_z,$$

$$v_x \approx \Delta p_x / m_e;$$

$$v_y \approx \Delta p_y / m_e;$$

$$v_z \approx \Delta p_z / m_e.$$

**Кинетическая энергия электрона
увеличивается , электрон
удаляется от ядра.**



Уравнение Шредингера

(1926 г.)

- основное уравнение нерелятивистской квантовой механики.

Временное уравнение Шредингера:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + U(x, y, z, t) \Psi,$$



где i — мнимая единица;

Ψ — волновая функция;

$\frac{\partial \Psi}{\partial t}$ — частная производная волновой функции по времени;

m — масса частицы;



$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \text{оператор Лапласа;}$$

$U(x, y, z, t)$ – потенциальная функция (энергия) частицы в силовом поле.

Если потенциальная энергия частицы не зависит от времени, то функции ψ называются собственными.



В этом случае поведение частицы описывают **стационарным** уравнением Шредингера:

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (W - U) \psi = 0,$$

где W — полная энергия частицы;

U — ее потенциальная энергия;

$W - U = W_{\kappa}$ — кинетическая энергия частицы.



Волновая Ψ – функция должна удовлетворять условиям:

- 1) быть конечной, непрерывной и однозначной;
- 2) иметь непрерывные производные

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x}, \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \frac{\partial \Psi}{\partial t};$$



3) функция $|\Psi|^2$ должна быть интегрируема, т.е.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dx dy dz = 1$$

- условие нормировки Ψ – функции.

