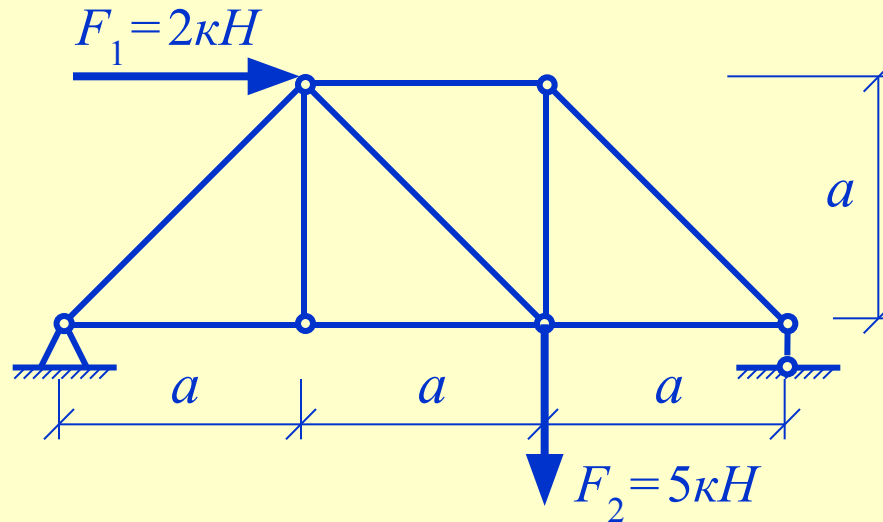
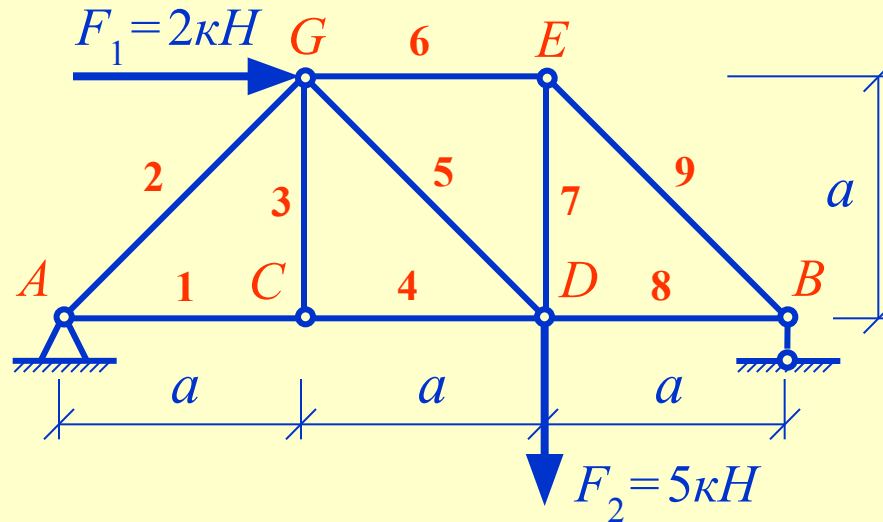


# ПРИМЕР РАСЧЕТА



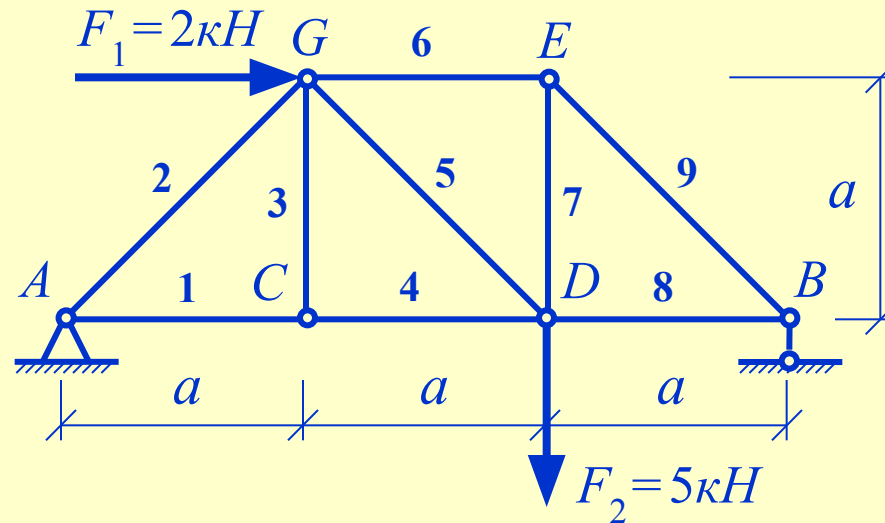
Необходимо определить усилия во всех стержнях фермы. Размеры и приложенная к ферме нагрузка указаны на чертеже.

# ПРИМЕР РАСЧЕТА



Прежде всего необходимо обозначить все узлы фермы и пронумеровать все стержни

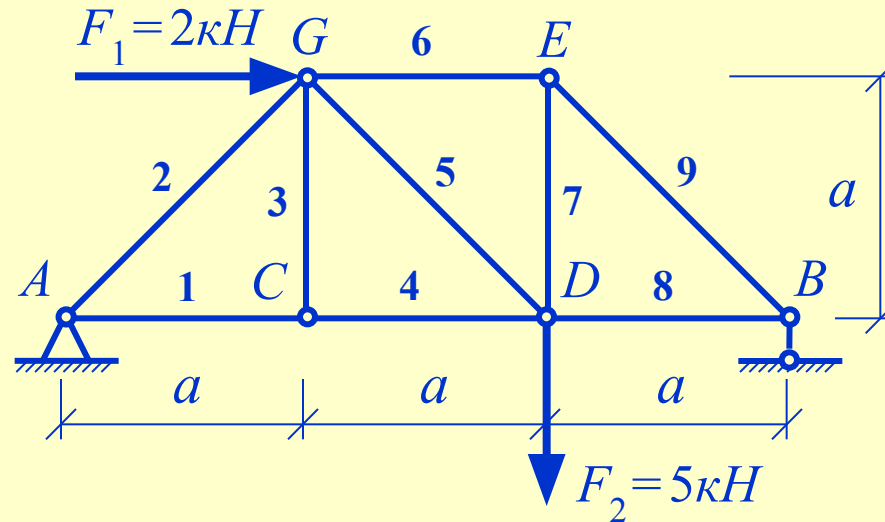
# ПРИМЕР РАСЧЕТА



Полный расчёт фермы, при котором необходимо определить усилия во всех стержнях, имеет смысл начать с определения реакций опор. Для этого рассматривается равновесие всей фермы.

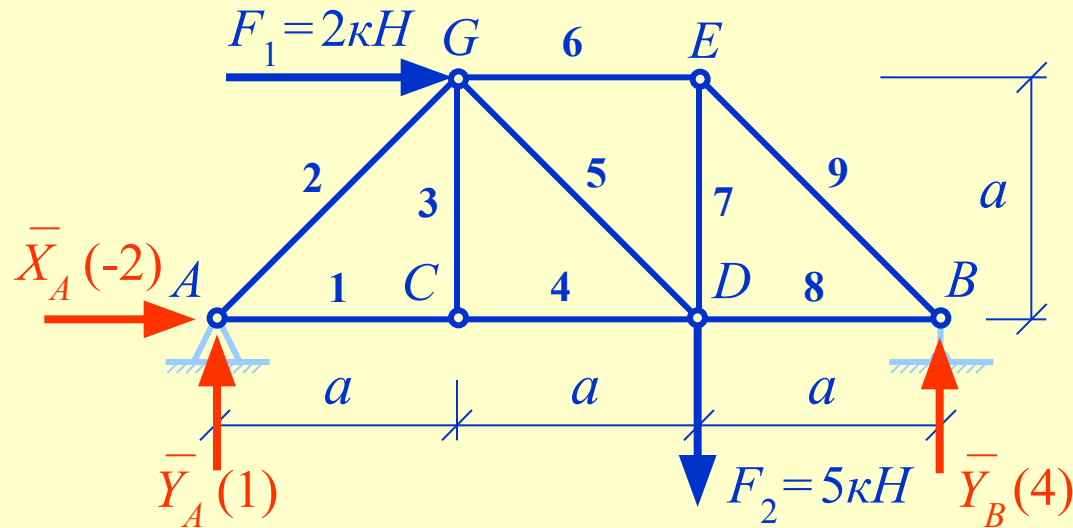
# ПРИМЕР РАСЧЕТА

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАКЦИЙ ОПОР ФЕРМЫ



Выбор формы условий равновесия зависит от количества и расположения опор. Нужно составлять уравнения таким образом, чтобы из каждого уравнения определялась одна составляющая реакций опор.

# ПРИМЕР РАСЧЕТА



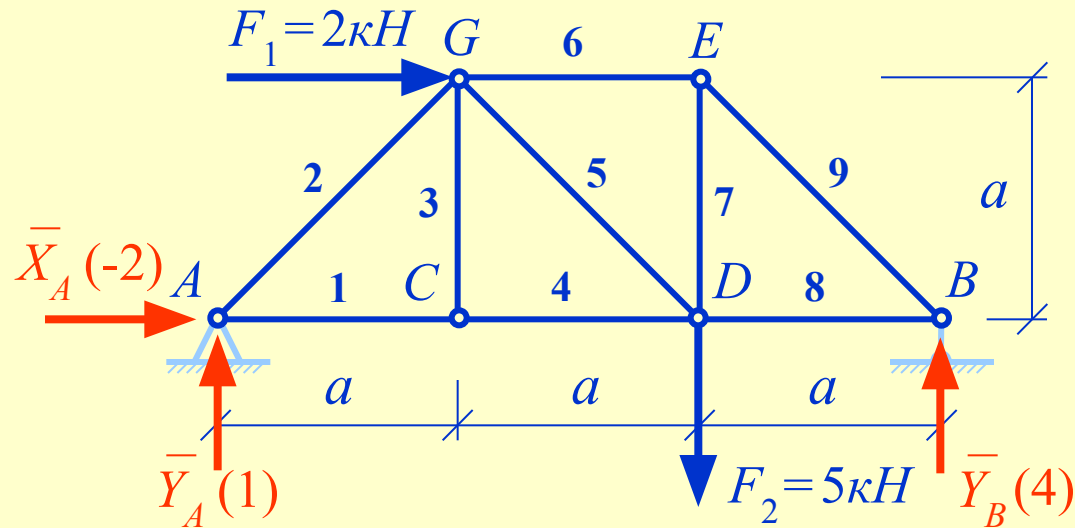
$$\sum F_{kx} = 0 : \quad X_A + F_1 = 0 \quad \Longrightarrow \quad X_A = -F_1 = -2 \text{ (}\kappa H\text{)}$$

$$\sum M_{Az}(F_k) = 0 : \quad -F_1 \cdot 1 - F_2 \cdot 2 + Y_B \cdot 3 = 0$$

$$Y_B = \frac{2 \cdot 1 + 5 \cdot 2}{3} = 4 \text{ (}\kappa H\text{)}$$

$$\sum F_{ky} = 0 : \quad Y_A - F_2 + Y_B = 0 \quad \Longrightarrow \quad Y_A = F_2 - Y_B = 5 - 4 = 1 \text{ (}\kappa H\text{)}$$

# ПРИМЕР РАСЧЕТА



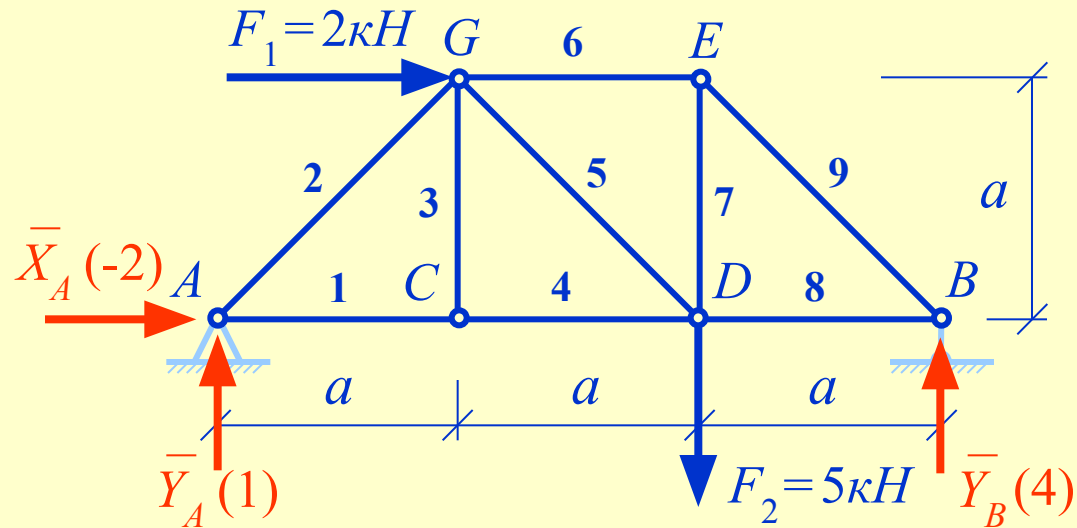
$$\sum F_{kx} = 0 : X_A + F_1 = 0 \quad \Longrightarrow \quad X_A = -F_1 = -2 (\kappa H)$$

$$\sum M_{Az}(F_k) = 0 : -F_1 \cdot a - F_2 \cdot 2a + Y_B \cdot 3a = 0$$

$$Y_B = \frac{2 \cdot 1 + 5 \cdot 2}{3} = 4 (\kappa H)$$

$$\sum F_{ky} = 0 : Y_A - F_2 + Y_B = 0 \quad \Longrightarrow \quad Y_A = F_2 - Y_B = 5 - 4 = 1 (\kappa H)$$

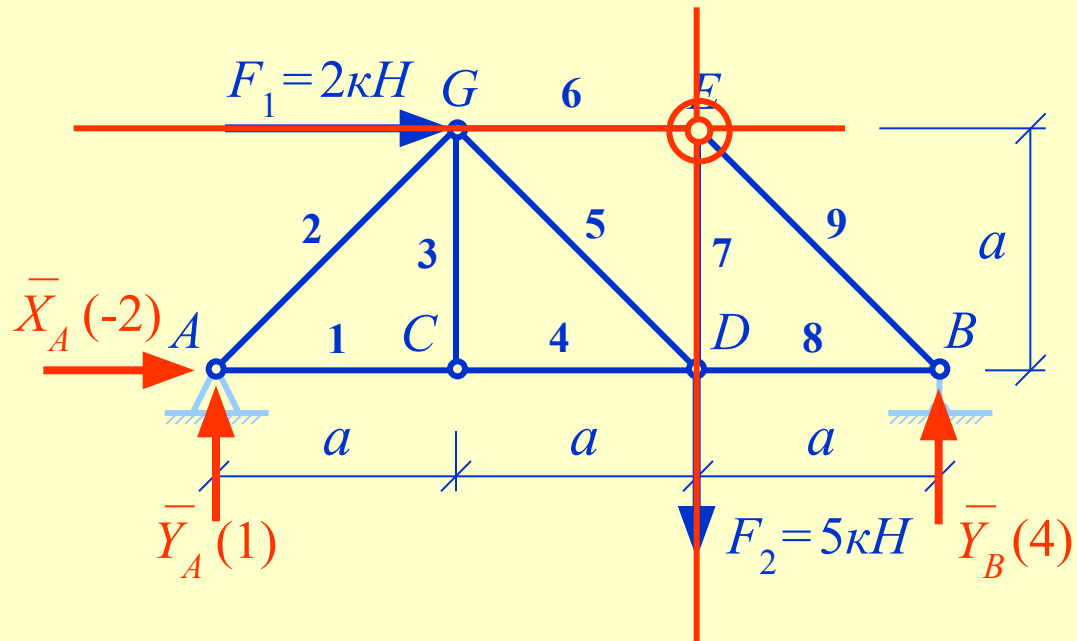
# ПРИМЕР РАСЧЕТА



Проверка:

Для проверки правильности полученных результатов составим уравнение моментов относительно такой точки, относительно которой все вычисленные силы реакций создают ненулевые моменты.

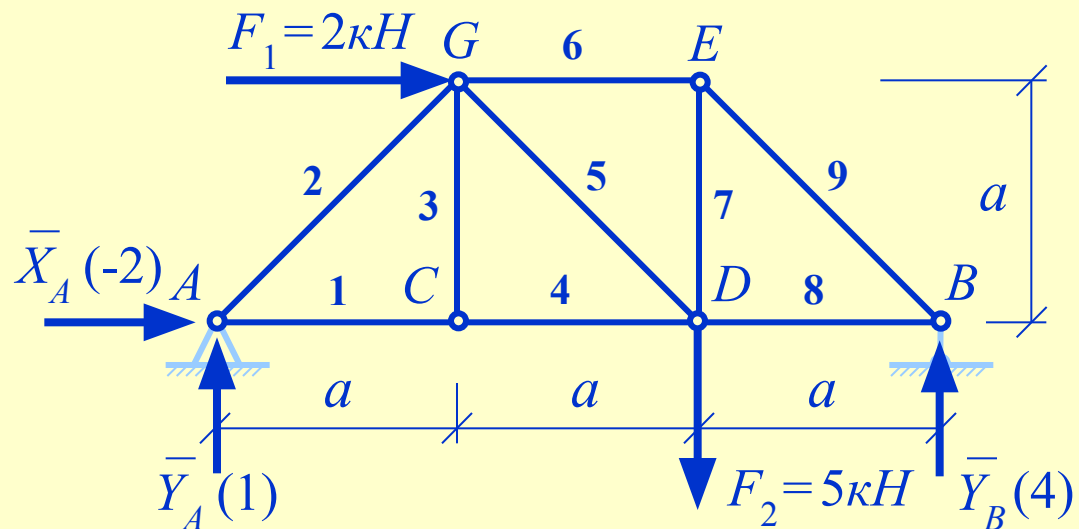
# ПРИМЕР РАСЧЕТА



Проверка:

$$\sum M_{Ez}(F_k) = X_A \cdot a - Y_A \cdot 2a + Y_B \cdot a = -2 \cdot a - 1 \cdot 2a + 4 \cdot a = 0$$

# ПРИМЕР РАСЧЕТА

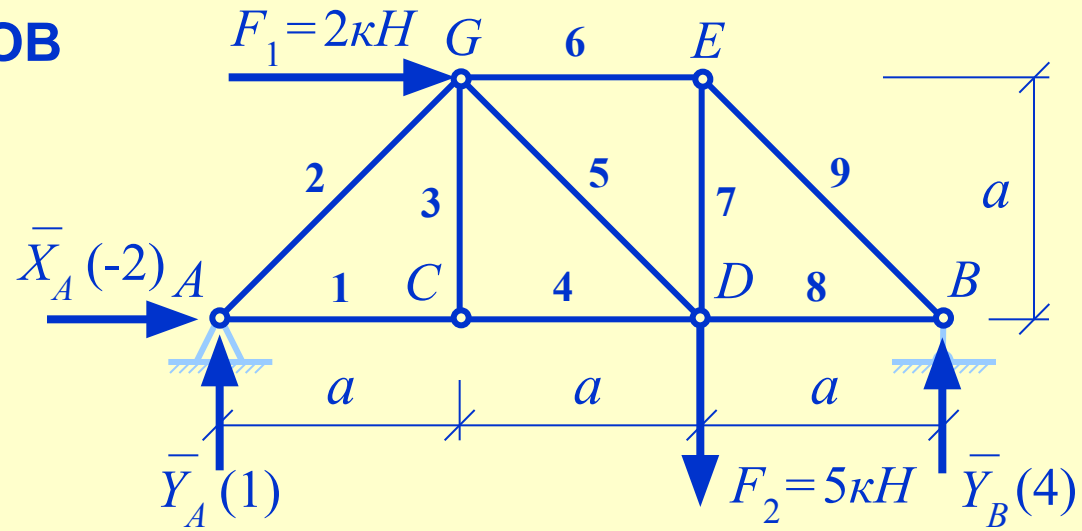


Проверка:

$$\sum M_{Ez}(F_k) = X_A \cdot a - Y_A \cdot 2a + Y_B \cdot a = -2 \cdot a - 1 \cdot 2a + 4 \cdot a = 0$$

# ПРИМЕР РАСЧЕТА

## МЕТОД ВЫРЕЗАНИЯ УЗЛОВ



Метод вырезания узлов состоит в том, что рассматривается равновесие каждого узла.

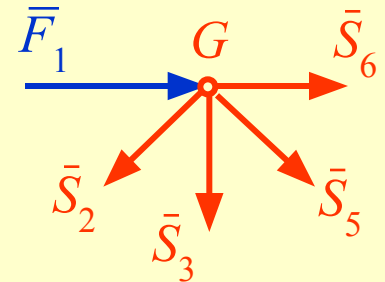
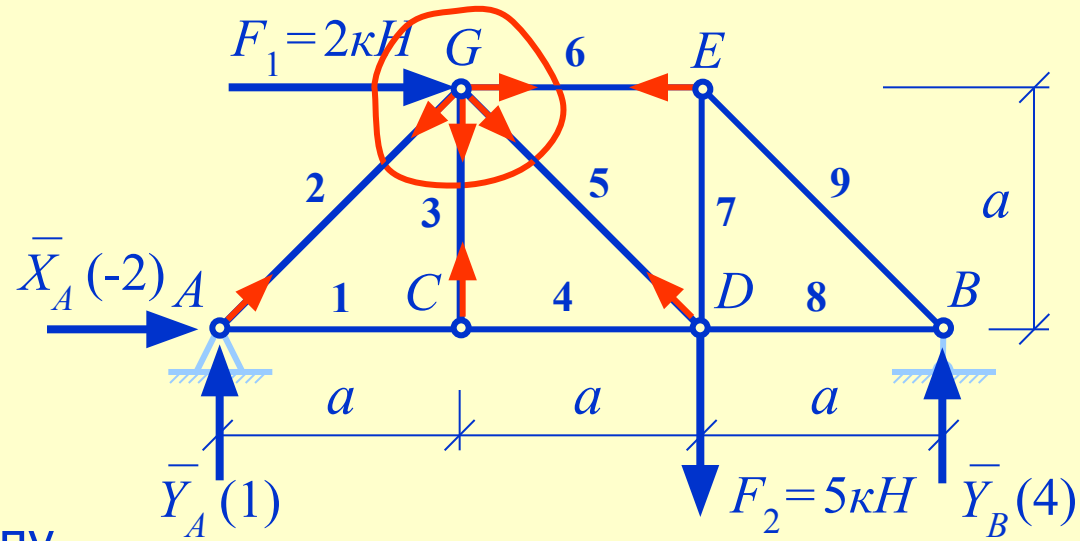
# ПРИМЕР РАСЧЕТА

На каждый узел действует плоская система сходящихся сил, состоящая из приложенных к данному узлу активных сил и реакций стержней, присоединённых к данному узлу.

Для такой системы сил можно составить только два уравнения равновесия:

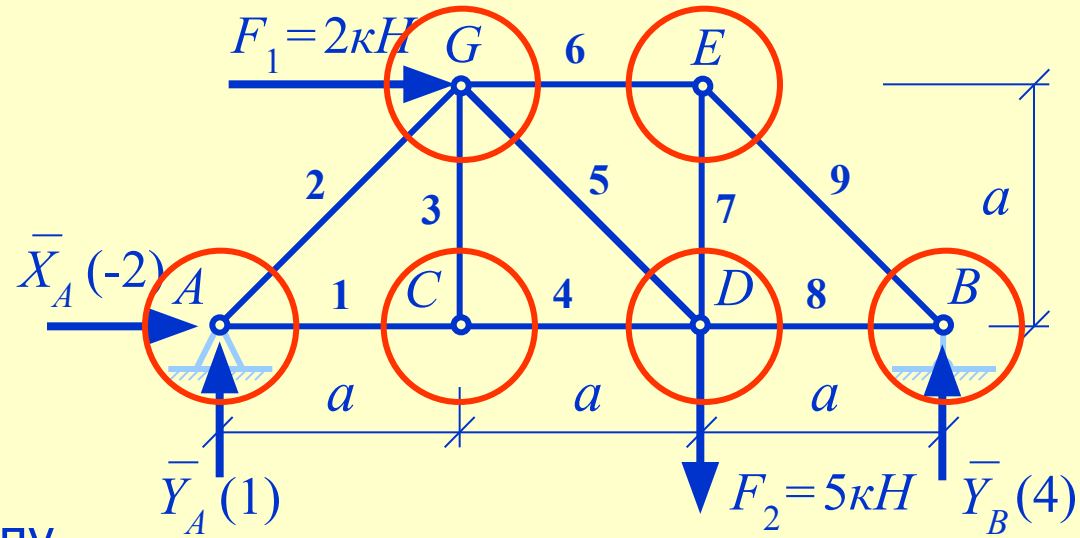
$$\sum F_{kx} = 0; \quad \sum F_{ky} = 0.$$

Поэтому равновесие узлов нужно рассматривать в определённой последовательности, позволяющей на каждом шаге решения задачи определять две очередные неизвестные.



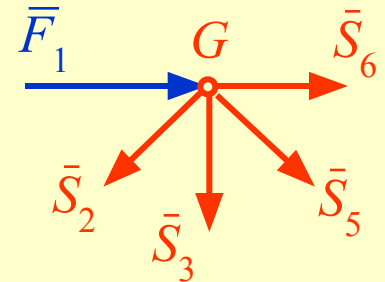
# ПРИМЕР РАСЧЕТА

На каждый узел действует плоская система сходящихся сил, состоящая из приложенных к данному узлу активных сил и реакций стержней, присоединённых к данному узлу.



Для такой системы сил можно составить только два уравнения равновесия:

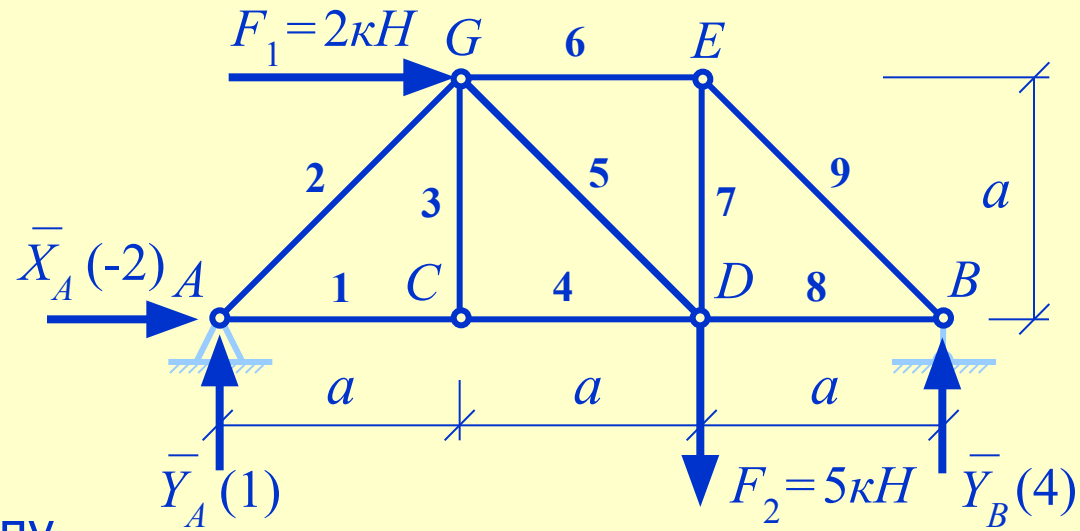
$$\sum F_{kx} = 0; \quad \sum F_{ky} = 0.$$



Поэтому равновесие узлов нужно рассматривать в определённой последовательности, позволяющей на каждом шаге решения задачи определять две очередные неизвестные.

# ПРИМЕР РАСЧЕТА

На каждый узел действует плоская система сходящихся сил, состоящая из приложенных к данному узлу активных сил и реакций стержней, присоединённых к данному узлу.



Для такой системы сил можно составить только два уравнения равновесия:

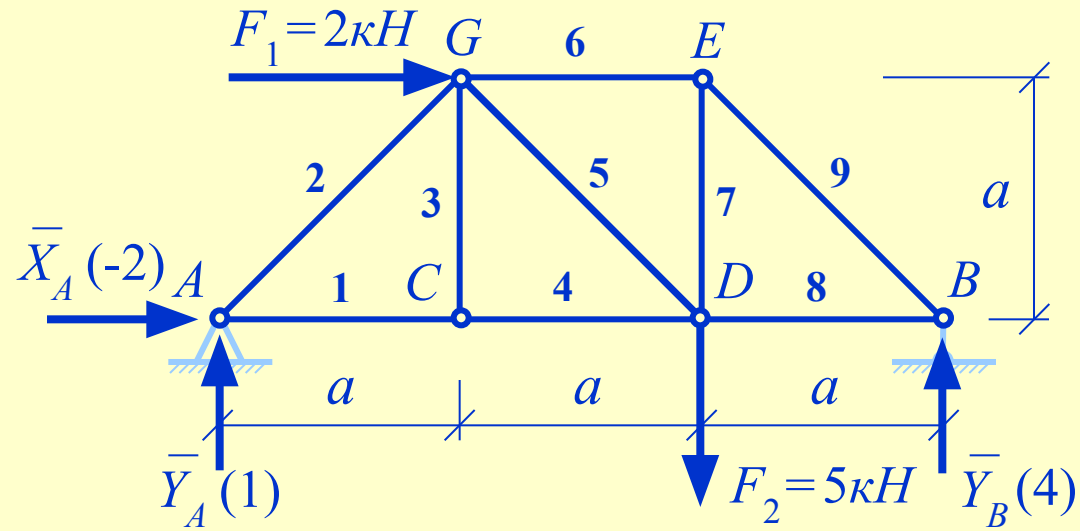
$$\sum F_{kx} = 0; \quad \sum F_{ky} = 0.$$

Поэтому равновесие узлов нужно рассматривать в определённой последовательности, позволяющей на каждом шаге решения задачи определять две очередные неизвестные.

# ПРИМЕР РАСЧЕТА

Правило знаков:

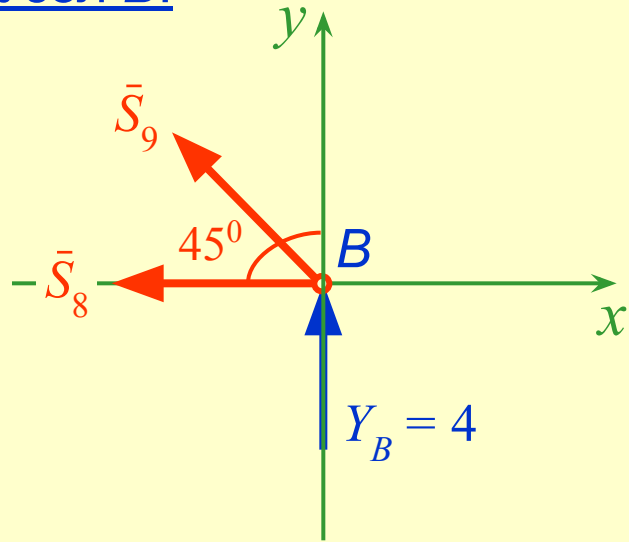
- «+» — растягивающие усилия  
(направлены от узла);
- «-» — сжимающие усилия.



Изначально при расчете все усилия предполагаются положительными и направляются от узлов.

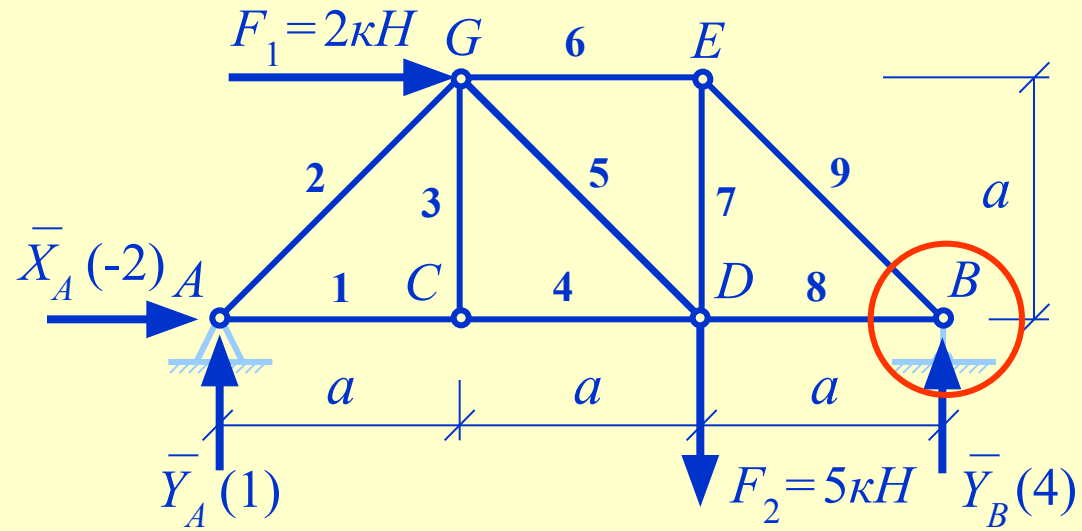
# ПРИМЕР РАСЧЕТА

Узел B:



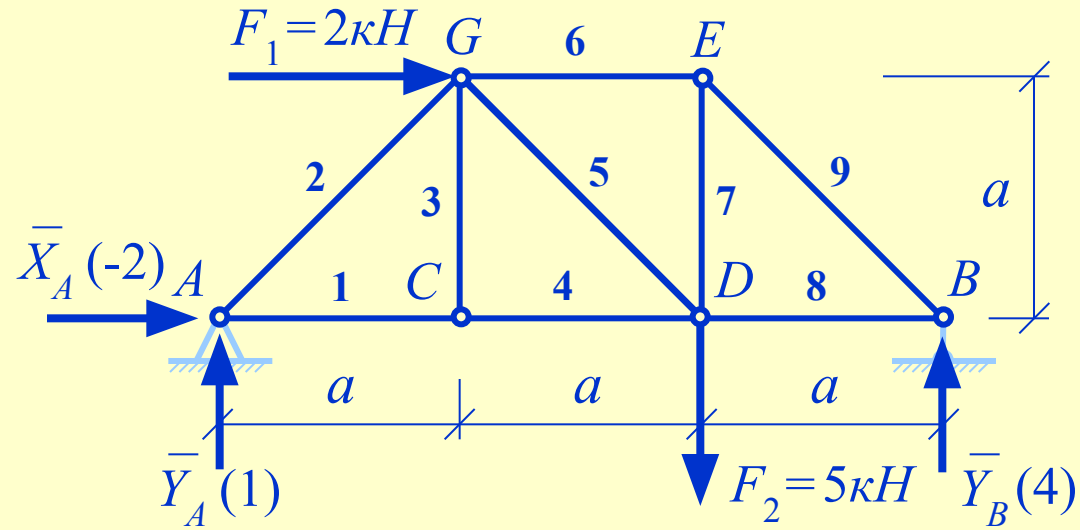
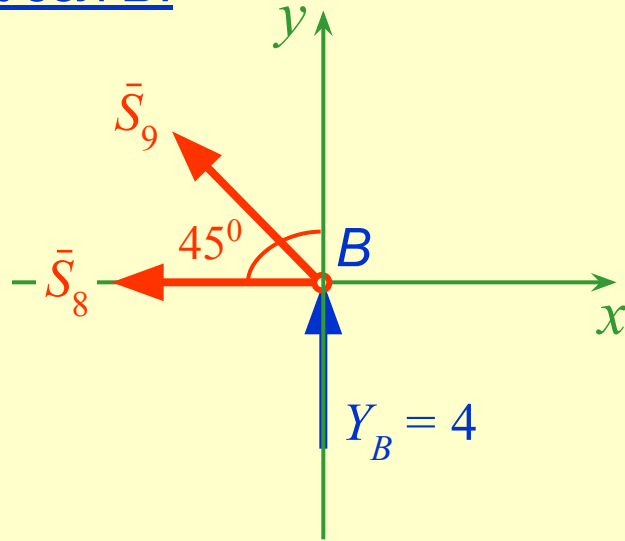
$$\sum F_{kx} = 0 : -S_8 - S_9 \cos 45^\circ = 0 ;$$

$$\sum F_{ky} = 0 : Y_B + S_9 \sin 45^\circ = 0 .$$



# ПРИМЕР РАСЧЕТА

Узел B:



$$\sum F_{kx} = 0 : -S_8 - S_9 \cos 45^\circ = 0 ;$$

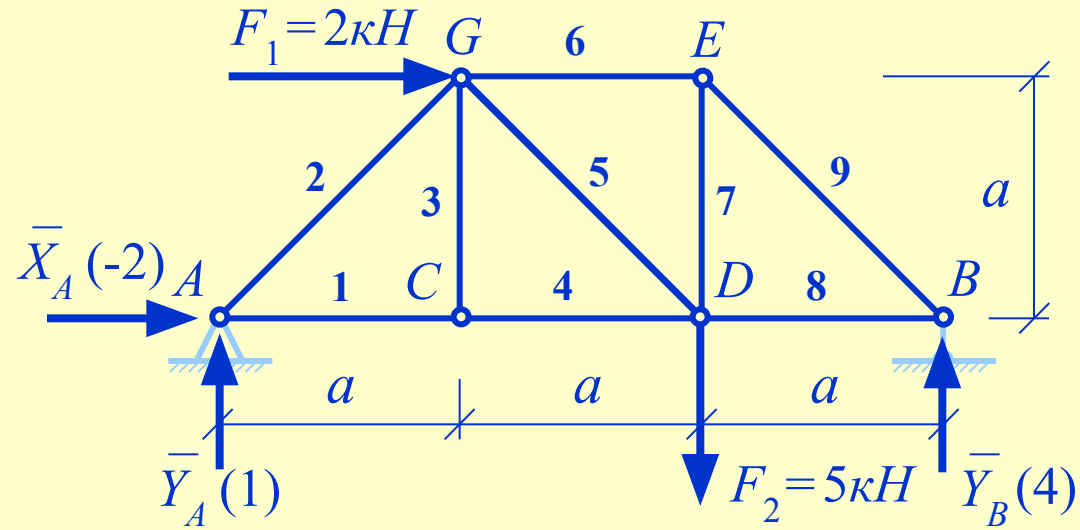
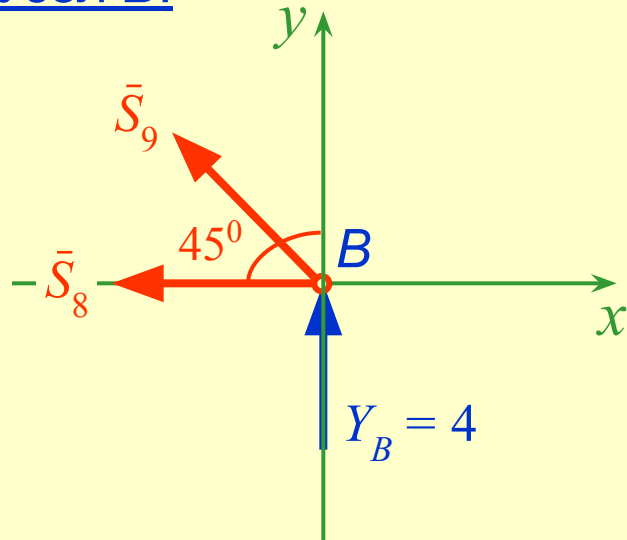
$$\sum F_{ky} = 0 : Y_B + S_9 \sin 45^\circ = 0 .$$

$$(2) \Rightarrow S_9 = - \frac{Y_B}{\sin 45^\circ} = \frac{4}{\sqrt{2}/2} = -4\sqrt{2} (\kappa H);$$

$$(1) \Rightarrow S_8 = -S_9 \cos 45^\circ = 4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4 (\kappa H).$$

# ПРИМЕР РАСЧЕТА

Узел B:



$$\sum F_{kx} = 0 : -S_8 - S_9 \cos 45^\circ = 0 ;$$

$$\sum F_{ky} = 0 : Y_B + S_9 \sin 45^\circ = 0 .$$

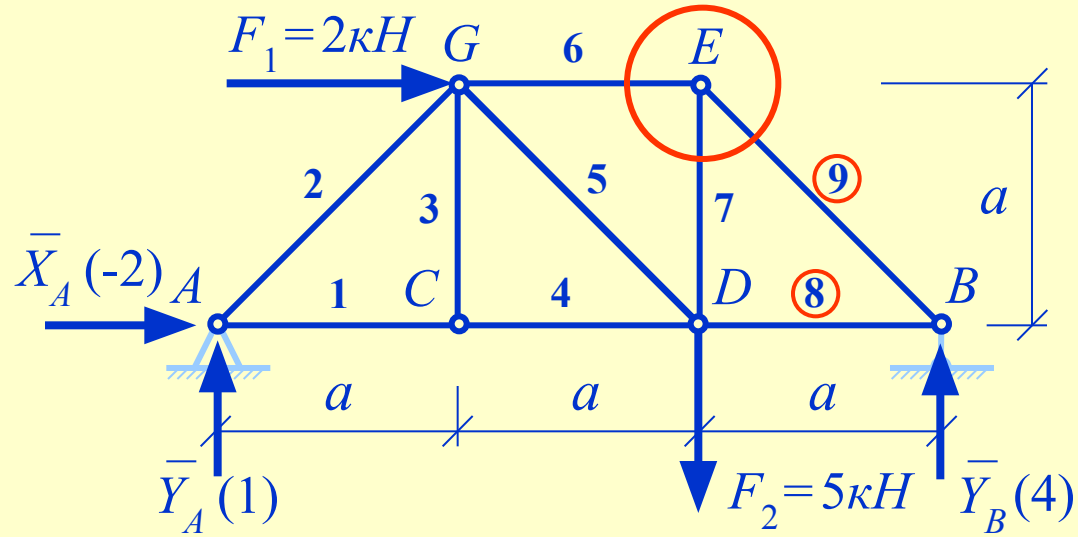
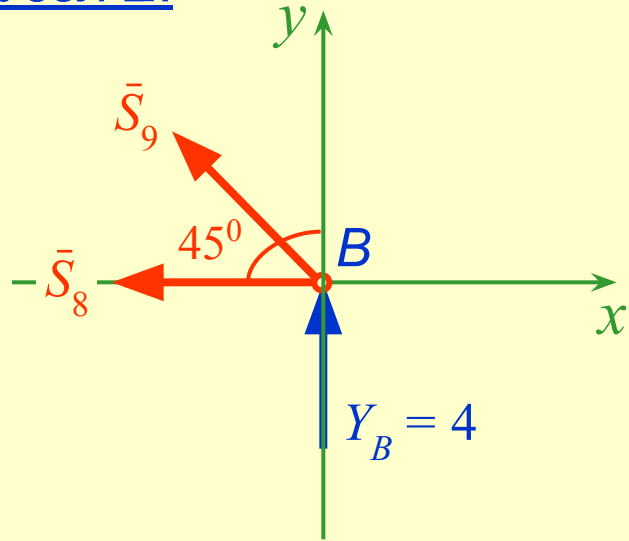
$$(2) \Rightarrow S_9 = - \frac{Y_B}{\sin 45^\circ} = \frac{4}{\sqrt{2}/2} = -4\sqrt{2} \text{ (кН)};$$

$$(1) \Rightarrow S_8 = -S_9 \cos 45^\circ = 4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4 \text{ (кН)}.$$

| № стержня  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9            |
|------------|---|---|---|---|---|---|---|---|--------------|
| Усилие, кН |   |   |   |   |   |   |   | 4 | $-4\sqrt{2}$ |

# ПРИМЕР РАСЧЕТА

Узел В:



$$\sum F_{kx} = 0 : -S_8 - S_9 \cos 45^\circ = 0 ;$$

$$\sum F_{ky} = 0 : Y_B + S_9 \sin 45^\circ = 0 .$$

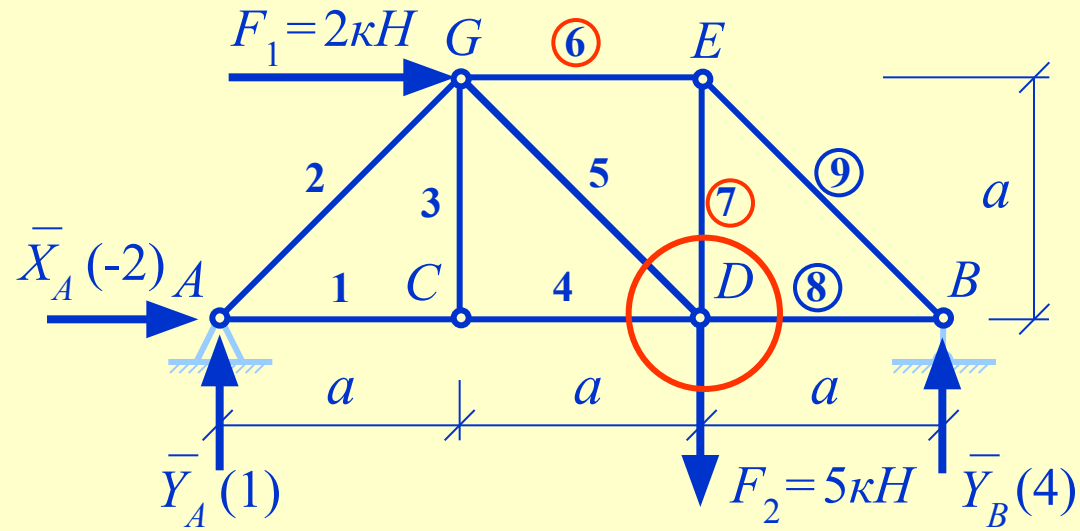
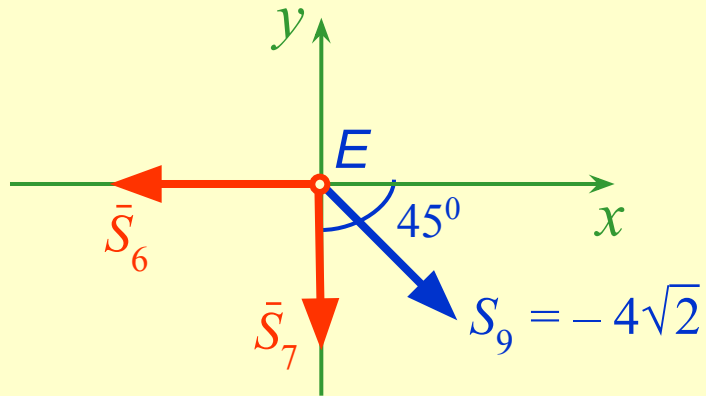
$$(2) \Rightarrow S_9 = - \frac{Y_B}{\sin 45^\circ} = \frac{4}{\sqrt{2}/2} = -4\sqrt{2} \text{ (кН)};$$

$$(1) \Rightarrow S_8 = -S_9 \cos 45^\circ = 4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4 \text{ (кН)}.$$

| № стержня  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9            |
|------------|---|---|---|---|---|---|---|---|--------------|
| Усилие, кН |   |   |   |   |   |   |   | 4 | $-4\sqrt{2}$ |

# ПРИМЕР РАСЧЕТА

Узел E:



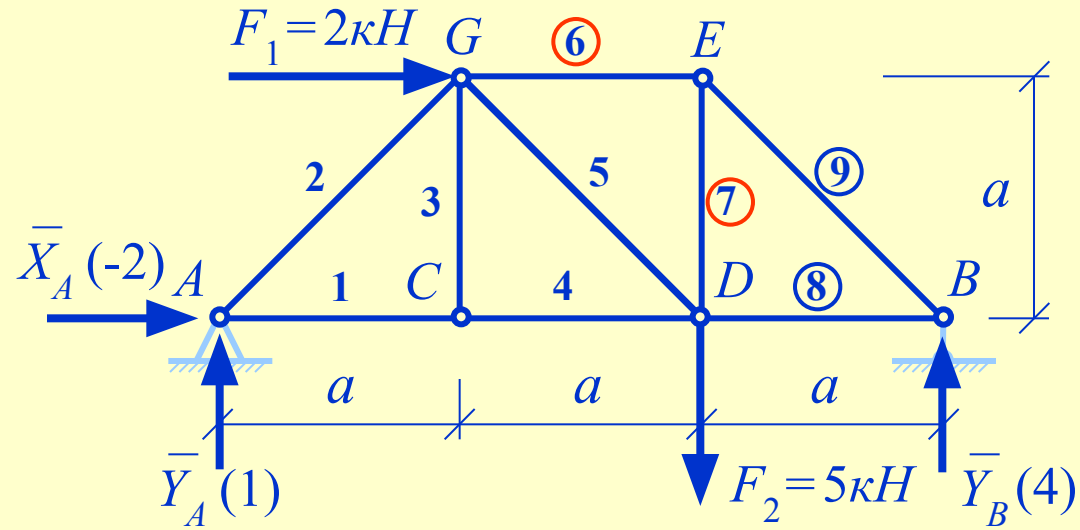
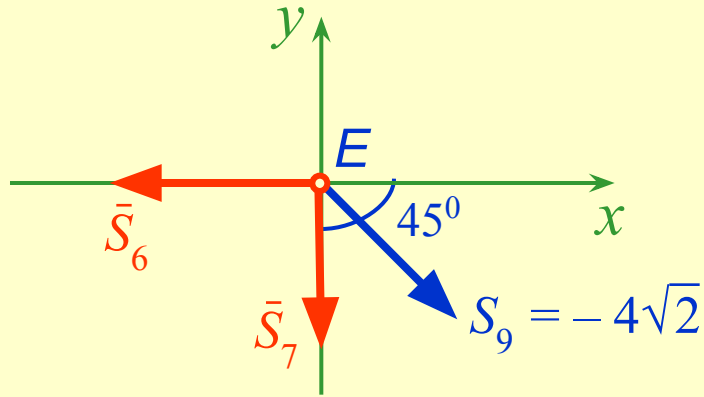
$$\sum F_{kx} = 0 : -S_6 + S_9 \cos 45^\circ = 0 \Rightarrow S_6 = S_9 \cos 45^\circ = -4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -4 \text{ (кН)};$$

$$\sum F_{ky} = 0 : -S_7 - S_9 \sin 45^\circ = 0 \Rightarrow S_7 = -S_9 \sin 45^\circ = 4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4 \text{ (кН)}.$$

| № стержня  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6  | 7 | 8 | 9            |
|------------|---|---|---|---|---|----|---|---|--------------|
| Усилие, кН |   |   |   |   |   | -4 | 4 | 4 | $-4\sqrt{2}$ |

# ПРИМЕР РАСЧЕТА

Узел E:



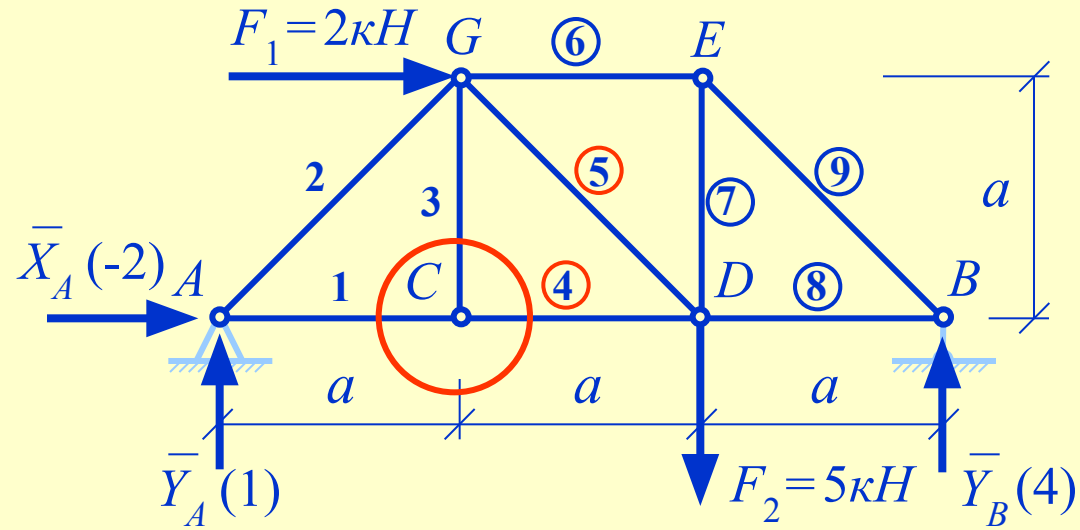
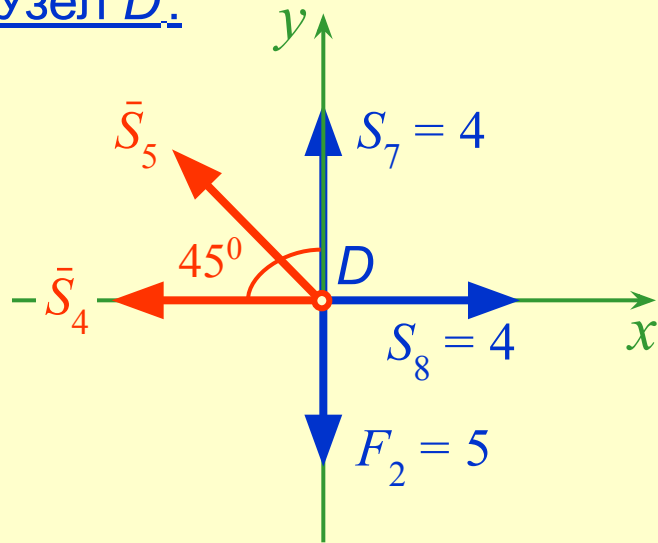
$$\sum F_{kx} = 0 : -S_6 + S_9 \cos 45^\circ = 0 \Rightarrow S_6 = S_9 \cos 45^\circ = -4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -4 \text{ (кН)};$$

$$\sum F_{ky} = 0 : -S_7 - S_9 \sin 45^\circ = 0 \Rightarrow S_7 = -S_9 \sin 45^\circ = 4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4 \text{ (кН)}.$$

| № стержня  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6  | 7 | 8 | 9            |
|------------|---|---|---|---|---|----|---|---|--------------|
| Усилие, кН |   |   |   |   |   | -4 | 4 | 4 | $-4\sqrt{2}$ |

# ПРИМЕР РАСЧЕТА

Узел D:



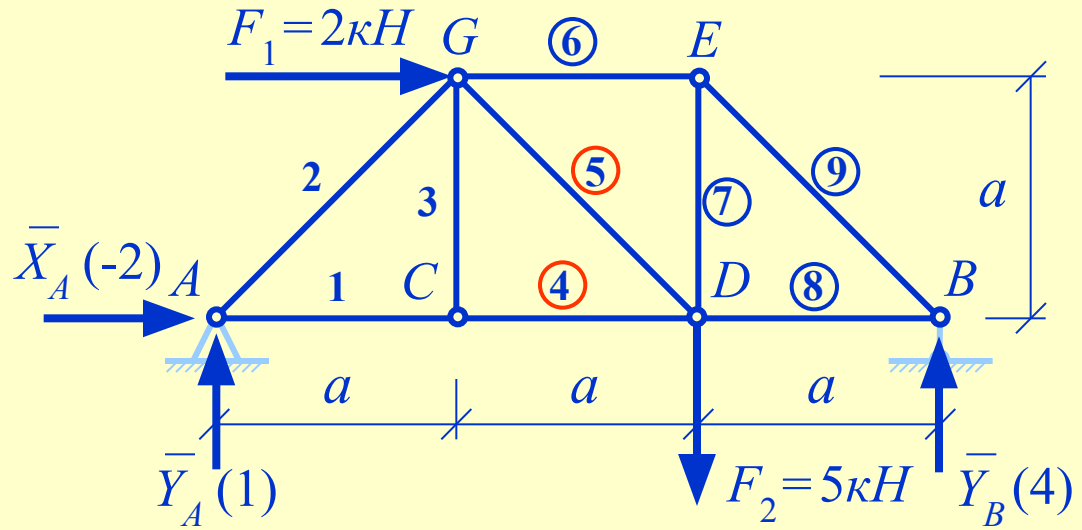
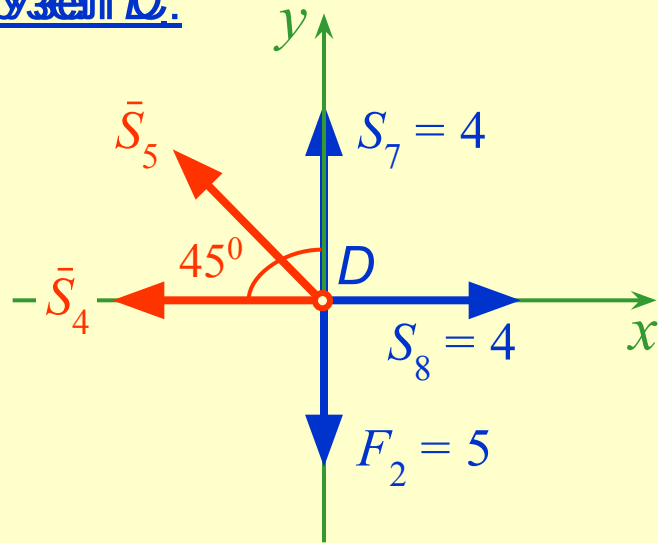
$$\sum F_{ky} = 0 : S_5 \sin 45^\circ + S_7 - F_2 = 0 \Rightarrow S_5 = \frac{F_2 - S_7}{\sin 45^\circ} = (5 - 4)\sqrt{2} = \sqrt{2} \text{ (кН)};$$

$$\sum F_{kx} = 0 : -S_4 - S_5 \cos 45^\circ + S_8 = 0 \Rightarrow S_4 = -S_5 \cos 45^\circ + S_8 = -\sqrt{2} \frac{\sqrt{2}}{2} + 4 = 3 \text{ (кН)}$$

| № стержня  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5          | 6  | 7 | 8 | 9            |
|------------|---|---|---|---|------------|----|---|---|--------------|
| Усилие, кН |   |   |   | 3 | $\sqrt{2}$ | -4 | 4 | 4 | $-4\sqrt{2}$ |

# ПРИМЕР РАСЧЕТА

Узел D:



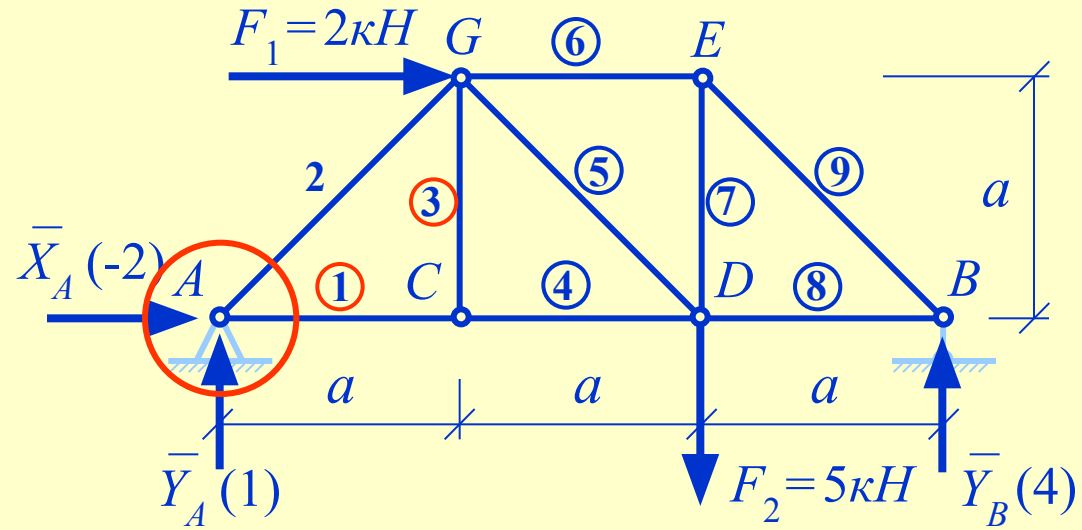
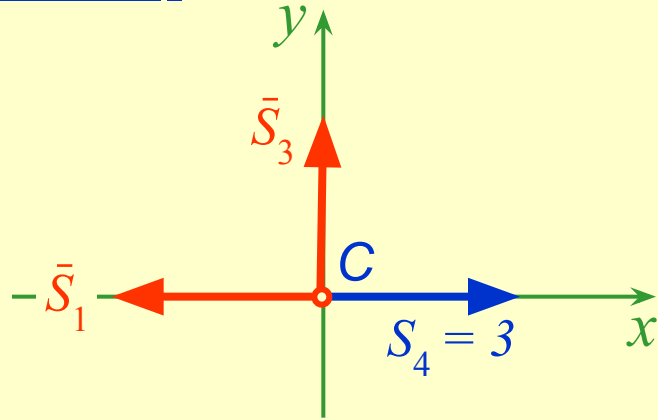
$$\sum F_{ky} = 0 : S_5 \sin 45^\circ + S_7 - F_2 = 0 \Rightarrow S_5 = \frac{F_2 - S_7}{\sin 45^\circ} = (5 - 4)\sqrt{2} = \sqrt{2} (\kappa H);$$

$$\sum F_{kx} = 0 : -S_4 - S_5 \cos 45^\circ + S_8 = 0 \Rightarrow S_4 = -S_5 \cos 45^\circ + S_8 = -\sqrt{2} \frac{\sqrt{2}}{2} + 4 = 3 (\kappa H)$$

| № стержня  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5          | 6  | 7 | 8 | 9            |
|------------|---|---|---|---|------------|----|---|---|--------------|
| Усилие, кН |   |   |   | 3 | $\sqrt{2}$ | -4 | 4 | 4 | $-4\sqrt{2}$ |

# ПРИМЕР РАСЧЕТА

Узел C:



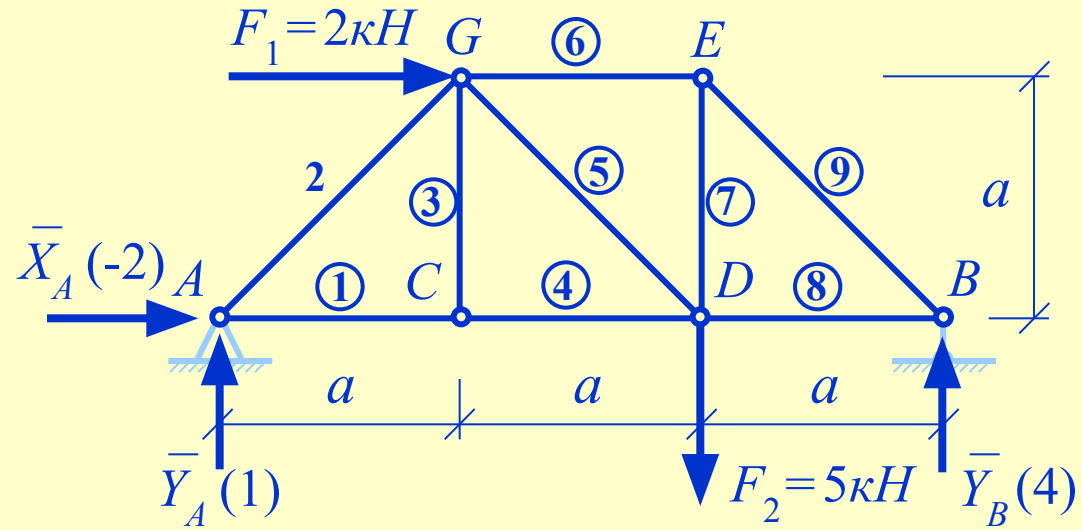
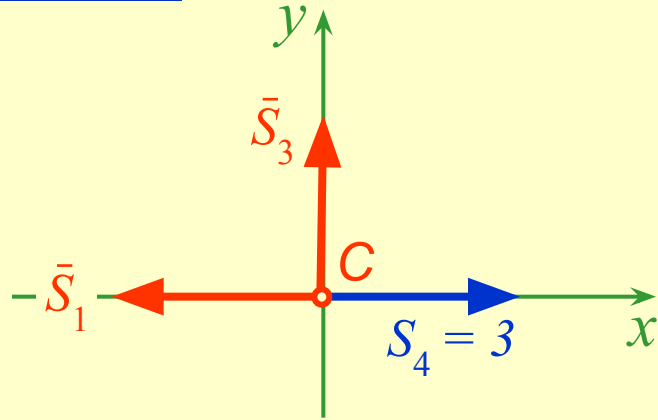
$$\sum F_{kx} = 0 : -S_1 + S_4 = 0 \Rightarrow S_1 = S_4 = \mathbf{3} \text{ (кН)};$$

$$\sum F_{ky} = 0 : S_3 = \mathbf{0}.$$

| № стержня  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5          | 6  | 7 | 8 | 9            |
|------------|---|---|---|---|------------|----|---|---|--------------|
| Усилие, кН | 3 |   | 0 | 3 | $\sqrt{2}$ | -4 | 4 | 4 | $-4\sqrt{2}$ |

# ПРИМЕР РАСЧЕТА

Узел А:



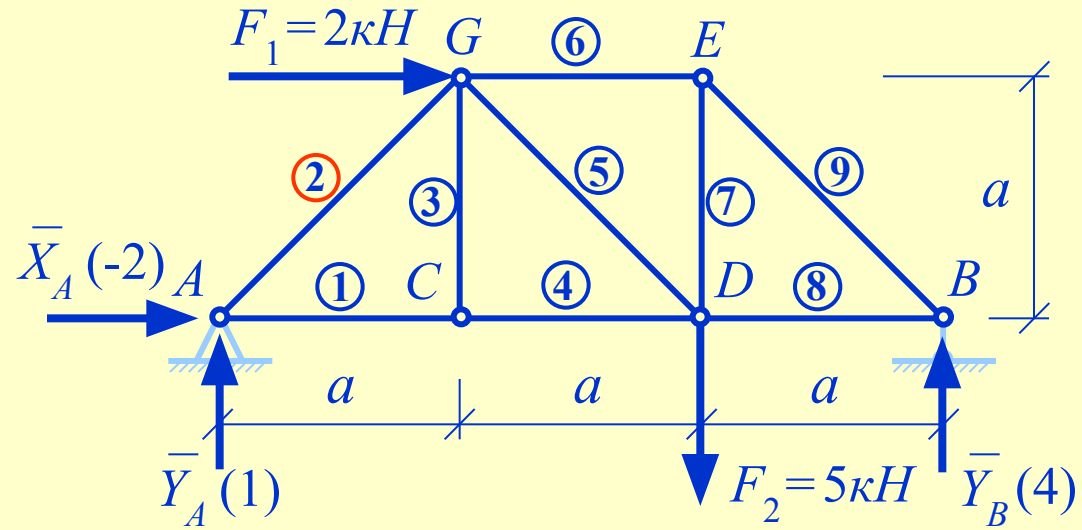
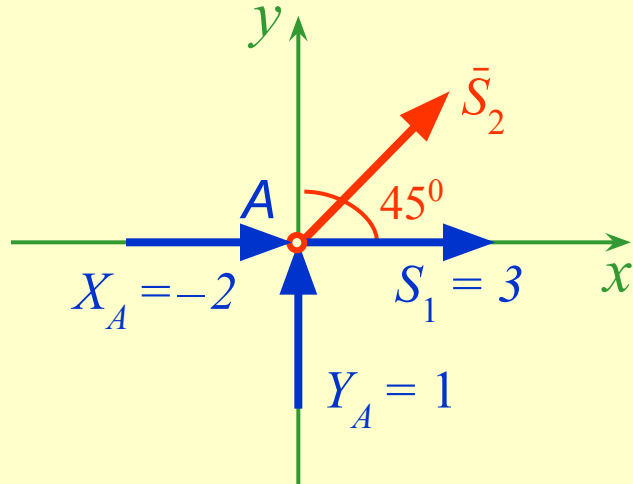
$$\sum F_{kx} = 0 : -S_1 + S_4 = 0 \Rightarrow S_1 = S_4 = \mathbf{3} \text{ (кН)};$$

$$\sum F_{ky} = 0 : S_3 = \mathbf{0}.$$

| № стержня  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5          | 6  | 7 | 8 | 9            |
|------------|---|---|---|---|------------|----|---|---|--------------|
| Усилие, кН | 3 |   | 0 | 3 | $\sqrt{2}$ | -4 | 4 | 4 | $-4\sqrt{2}$ |

# ПРИМЕР РАСЧЕТА

Узел А:

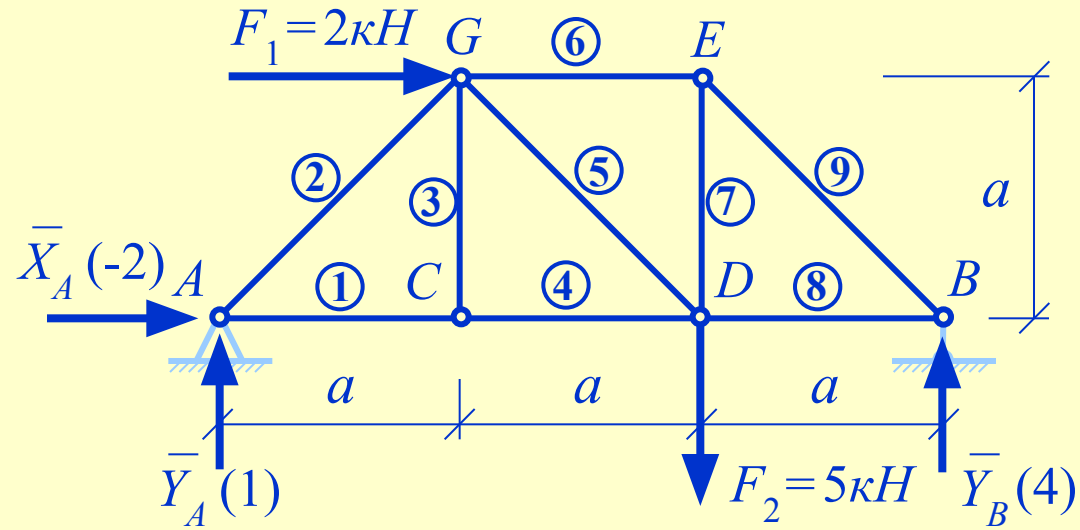
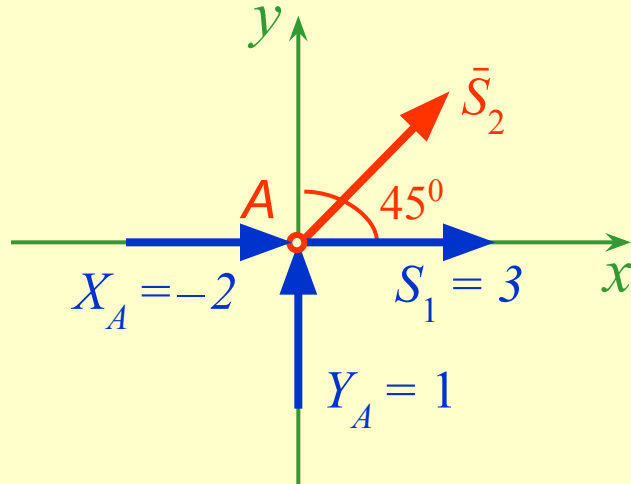


$$\sum F_{ky} = 0 : S_2 \sin 45^\circ + Y_A = 0 \Rightarrow S_2 = -\frac{Y_A}{\sin 45^\circ} = -\sqrt{2} \text{ (кН)}.$$

| № стержня  | 1 | 2           | 3 | 4 | 5          | 6  | 7 | 8 | 9            |
|------------|---|-------------|---|---|------------|----|---|---|--------------|
| Усилие, кН | 3 | $-\sqrt{2}$ | 0 | 3 | $\sqrt{2}$ | -4 | 4 | 4 | $-4\sqrt{2}$ |

# ПРИМЕР РАСЧЕТА

Узел А:



$$\sum F_{ky} = 0 : S_2 \sin 45^\circ + Y_A = 0 \Rightarrow S_2 = -\frac{Y_A}{\sin 45^\circ} = -\sqrt{2} \text{ (кН)}.$$

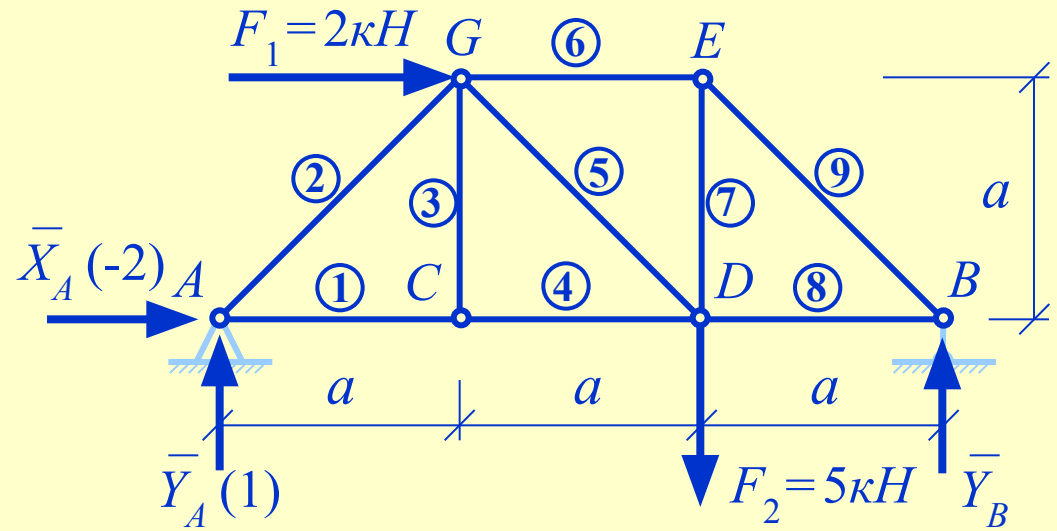
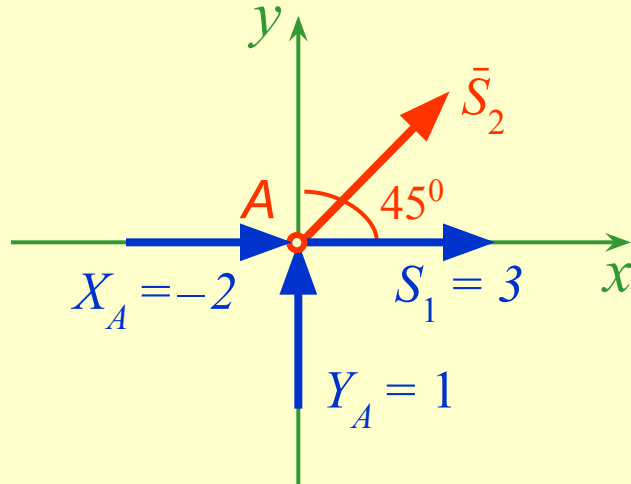
**Проверка**

Узел А:  $\sum F_{kx} = X_A + S_1 + S_2 \sin 45^\circ =$   
 $= -2 + 3 - \sqrt{2} \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$

| № стержня  | 1 | 2           | 3 | 4 | 5          | 6  | 7 | 8 | 9            |
|------------|---|-------------|---|---|------------|----|---|---|--------------|
| Усилие, кН | 3 | $-\sqrt{2}$ | 0 | 3 | $\sqrt{2}$ | -4 | 4 | 4 | $-4\sqrt{2}$ |

# ПРИМЕР РАСЧЕТА

Узел А:



$$\sum F_{ky} = 0 : S_2 \sin 45^\circ + Y_A = 0 \Rightarrow S_2 = -\frac{Y_A}{\sin 45^\circ} = -\sqrt{2} \text{ (кН)}.$$

**Проверка**

Узел А:  $\sum F_{kx} = X_A + S_1 + S_2 \sin 45^\circ =$   
 $= -2 + 3 - \sqrt{2} \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$

| № стержня  | 1 | 2           | 3 | 4 | 5          | 6  | 7 | 8 | 9            |
|------------|---|-------------|---|---|------------|----|---|---|--------------|
| Усилие, кН | 3 | $-\sqrt{2}$ | 0 | 3 | $\sqrt{2}$ | -4 | 4 | 4 | $-4\sqrt{2}$ |

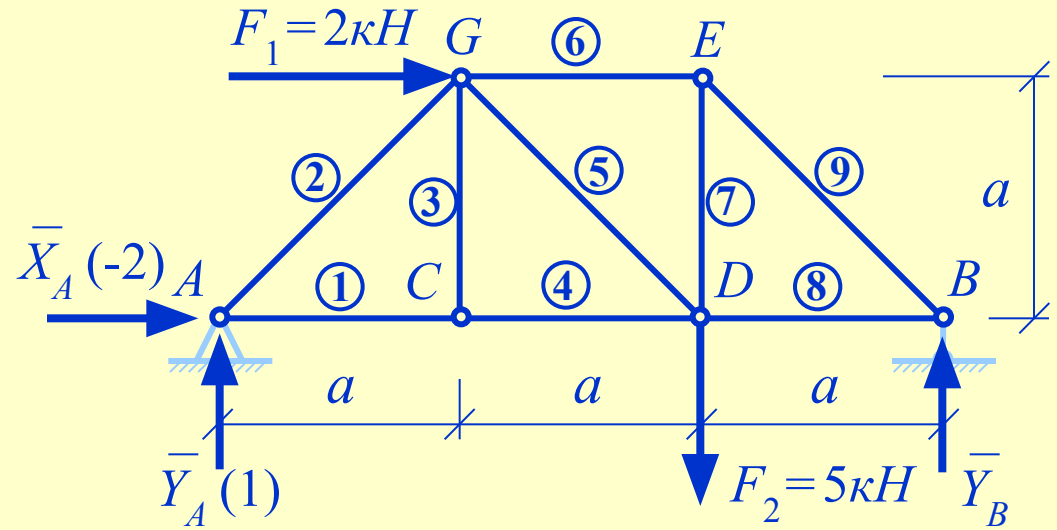
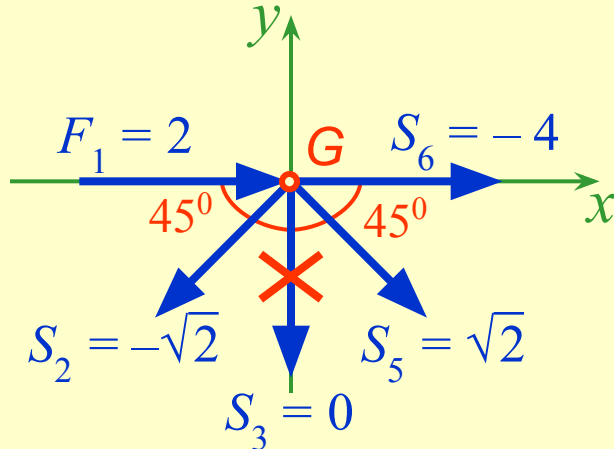
# ПРИМЕР РАСЧЕТА

## Проверка

Узел А:

$$\begin{aligned}\sum F_{kx} &= X_A + S_1 + S_2 \sin 45^\circ = \\ &= -2 + 3 - \sqrt{2} \frac{\sqrt{2}}{2} = 0\end{aligned}$$

Узел G:



$$\begin{aligned}\sum F_{kx} &= F_1 + S_6 - S_2 \cos 45^\circ + S_5 \cos 45^\circ = \\ &= 2 - 4 + \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum F_{ky} &= -S_2 \sin 45^\circ - S_5 \sin 45^\circ = \\ &= \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0\end{aligned}$$

| № стержня  | 1 | 2           | 3 | 4 | 5          | 6  | 7 | 8 | 9            |
|------------|---|-------------|---|---|------------|----|---|---|--------------|
| Усилие, кН | 3 | $-\sqrt{2}$ | 0 | 3 | $\sqrt{2}$ | -4 | 4 | 4 | $-4\sqrt{2}$ |