

Основные правила комбинаторики

*Подготовили студентки 3
курса 61 группы*

- Давиденко Анастасия*
- Лавриченко Александра*



План:

- Историческая справка.
- Правило суммы.
- Правило произведения.
- Основные комбинаторные соединения:
 - ✓ Перестановки
 - ✓ Размещения
 - ✓ Сочетания



Историческая справка

- **Комбинаторика** – ветвь математики, изучающая комбинации и перестановки предметов, – возникла в XVII в. Долгое время казалось, что комбинаторика лежит вне основного русла развития математики и ее приложений. Положение изменилось после появления вычислительных машин и связанного с этим расцвета конечной математики. Сейчас комбинаторные методы применяются в теории случайных процессов, статистике, математическом программировании, вычислительной математике, биологии, планировании экспериментов, расшифровке кодов ДНК и т.д.



Правило суммы

- **Правило суммы.** Если некоторый объект A может быть выбран из совокупности объектов m способами, а другой объект B может быть выбран n способами, то выбрать либо A , либо B можно $m + n$ способами. Если $n(A)=a$, $n(B)=b$ и $A \cap B = \emptyset$, то $n(A \cup B) = a + b$.



Правило суммы

Пример: В классе 16 девочек и 11 мальчиков. Сколькими способами можно выбрать старосту класса?



Правило суммы

• Решение:

$$n(A)=16$$

$$n(B)=11$$

$$n(A \cup B) = 16 + 11 = 27$$



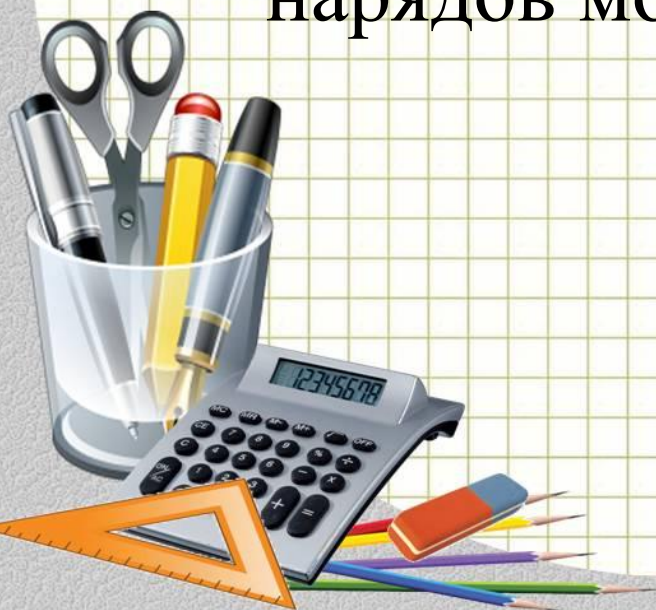
Правило произведения

- *Правило произведения.* Если объект A можно выбрать из совокупности объектов m способами и после каждого такого выбора объект B можно выбрать n способами, то пара объектов (A, B) в указанном порядке может быть выбрана $m \cdot n$ способами. Если $n(A)=a$ и $n(B)=b$, то $n(A \times B)=ab$.



Правило произведения

- Пример: Наряд студентки состоит из блузки, юбки и туфель. Девушка имеет в своем гардеробе четыре блузки, пять юбок и трое пар туфель. Сколько нарядов может иметь студентка?



Правило произведения

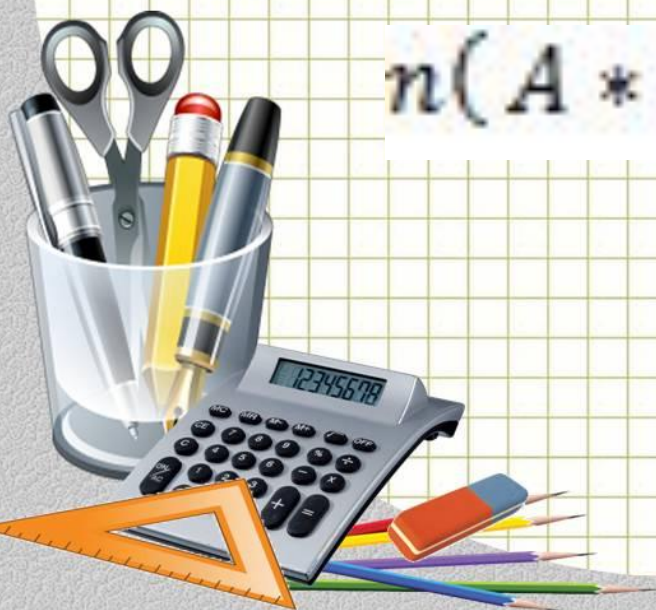
• Решение:

$$n(A)=4$$

$$n(B)=5$$

$$n(C)=3$$

$$n(A * B * C) = 4 * 5 * 3 = 60$$



Основные комбинаторные соединения

- *Перестановки*
- *Размещения*
- *Сочетания*



Размещение

- Размещением из k по n называется n -элементное упорядоченное подмножество k -элементного множества



Размещение без повторения

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

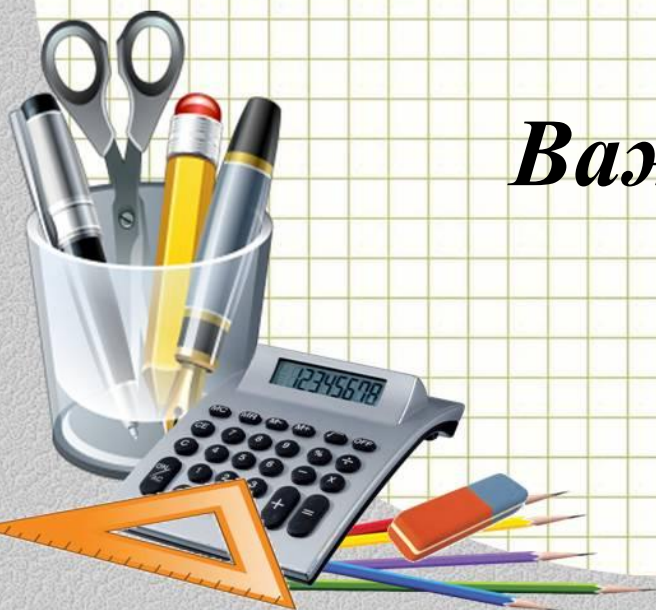
Важен порядок и состав!



Размещение с повторениями

$$\overline{A}_n^k = n^k$$

Важен порядок, состав и повторение!



Размещение

- Пример. Пусть даны шесть цифр: 1; 2; 3; 4; 5; 6. Определить: сколько трехзначных чисел можно составить из этих цифр.



Размещение

- Решение.

- Если цифры могут повторяться, то количество трехзначных чисел будет

$$m = n^k = 6^3 = 216$$

Если цифры не повторяются, то

$$m = A_6^3 = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$$



Перестановки

- **Перестановкой** из p элементов называется p -элементное упорядоченное множество



Перестановки без повторений

$$P_n = A_n^n = n!$$

Важсен порядок!



Перестановки с повторением

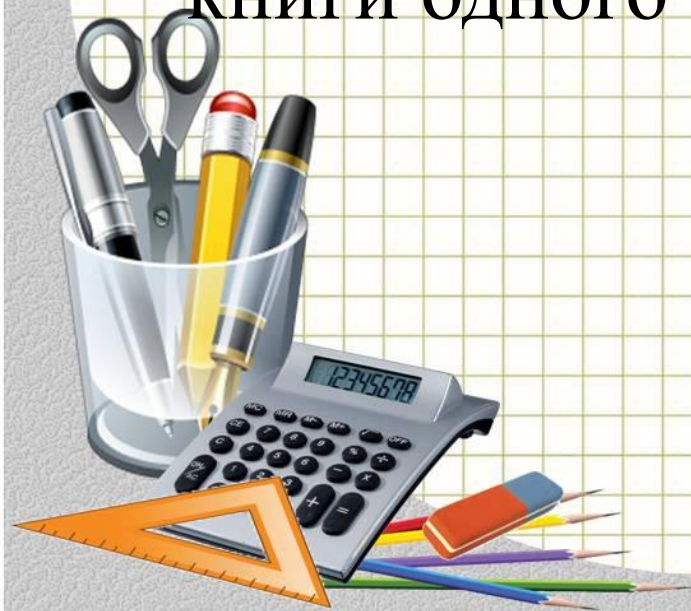
$$P_n(n_1, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! \dots n_k!}$$

Важно порядок, повторение!



Перестановки

- Пример. 30 книг стоит на книжной полке, из них 27 различных книг и одного автора три книги. Сколькими способами можно расставить эти книги на полке так, чтобы книги одного автора стояли рядом?



Перестановки

- Решение. Будем считать три книги одного автора за одну книгу, тогда число перестановок будет P_{28}
- А три книги можно переставлять между собой P_3 способами, тогда по правилу произведения имеем, что искомое число способов равно:

$$P_{28} * P_3 = 3! * 28!$$



Сочетания

- Сочетанием из n по k называется k -элементное подмножество n -элементного множества.



Сочетания без повторений

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Важен состав!



Сочетания с повторениями

$$\overline{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = \frac{(n+k-1)!}{k! (n-1)!}$$

- *Важен состав,
повторения!*



Сочетания

- Пример. В группе из 27 студентов нужно выбрать трех дежурных. Сколькими способами можно это сделать?



Сочетания

- Решение. Так как порядок студентов не важен, используем формулу для числа

сочетаний:
$$m = C_{27}^3 = \frac{27!}{3!24!} = \frac{27 \cdot 26 \cdot 25}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 2925$$

