Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Уфимский государственный нефтяной технический университет»

Архитектурно-строительный институт
Кафедра Строительные конструкции

Металлические конструкции, включая сварку
Часть 1 Элементы и соединения

Ауд. 6-313 Порываев Илья Аркадьевич – к.т.н. доцент

Лекция 3 Основы расчета элементов стальных конструкций

1. Учет сложного напряженного состояния при расчете стальных конструкций

2. Расчет на прочность центрально растянутых или сжатых элементов

3. Работа и расчет изгибаемых элементов

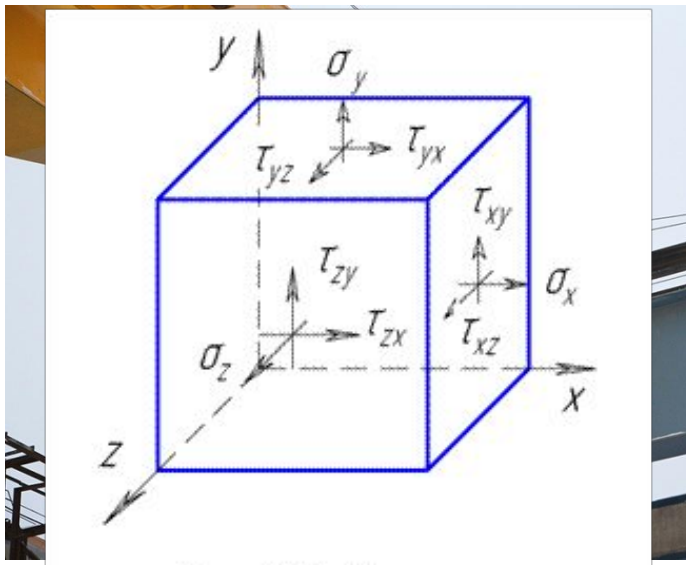
4. Основы работы и расчета на устойчивость центрально сжатых стержней

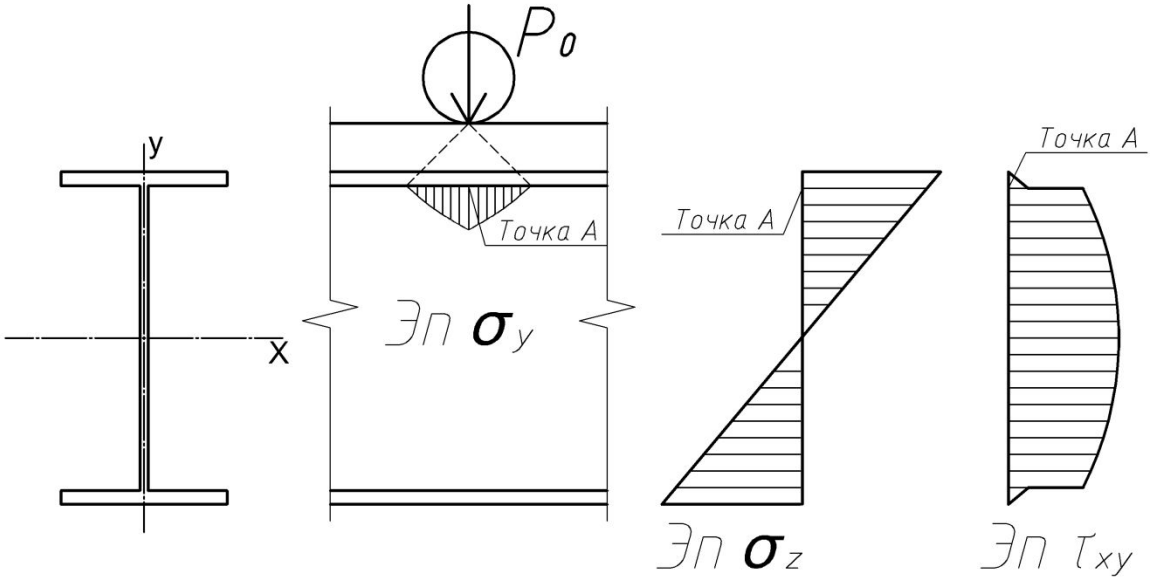
Учет сложного напряженного состояния при расчете стальных конструкций

Общие сведения

Расчетное сопротивление стали (***R***), которое фигурирует в правой части предельного неравенства метода предельных состояний, устанавливается на основе испытаний стандартных образцов при одноосном загружении

В реальных конструкциях, как правило, материал находится в сложном многокомпонентном напряженном состоянии





Необходимо установить правило эквивалентности ***сложного*** напряженного состояния ***одноосному***

Теории прочности

Правило эквивалентности

В качестве критерия эквивалентности используют потенциальную энергию (накапливается в материале при деформировании), которая выражается через сумму работ по изменению объема A_0 и изменению формы $A_ф$ тела. Первая не превышает 13 % и ее можно не учитывать

$$A_O = \frac{1-2\nu}{6E}\left(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z\right)^2$$

$$A_ф = \frac{1+\nu}{3E}\left[\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - \left(\sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x\right) + 3\left(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2\right)\right]$$

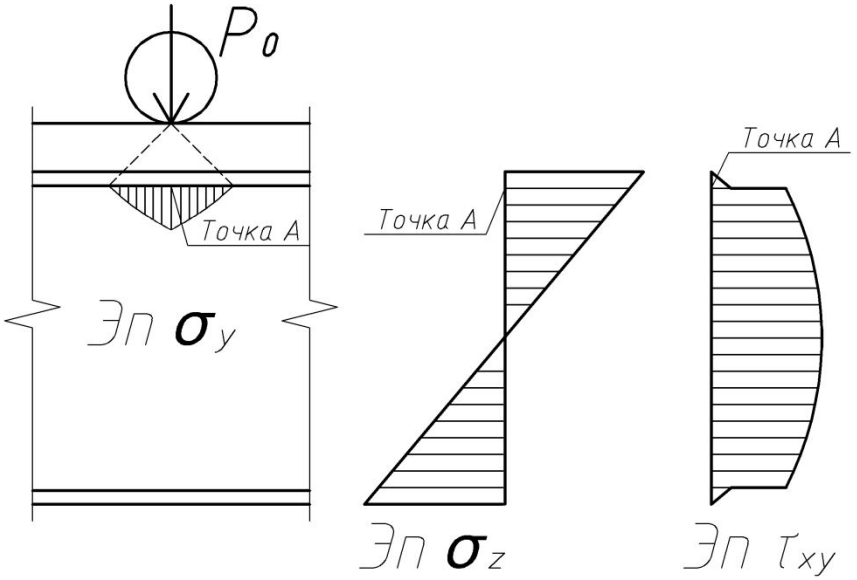
При одноосном напряженном состоянии $\sigma_x = \sigma$

$$A_1 = \frac{1+\nu}{3E}\sigma^2$$

$$\sigma_{np} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - \left(\sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x\right) + 3\left(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2\right)} = \sigma$$

IV энергетическая теория

Частные случаи



$$\sigma_y \neq 0;\ \sigma_z \neq 0;\ \tau_{xy} \neq 0$$

$$\sigma_{np} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_z^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2} = \sigma_T$$

$$\sigma_x \neq 0;\ \tau_{xy} \neq 0$$

$$\sigma_{np} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2} = \sigma_T$$

$$\tau_{xy} \neq 0$$

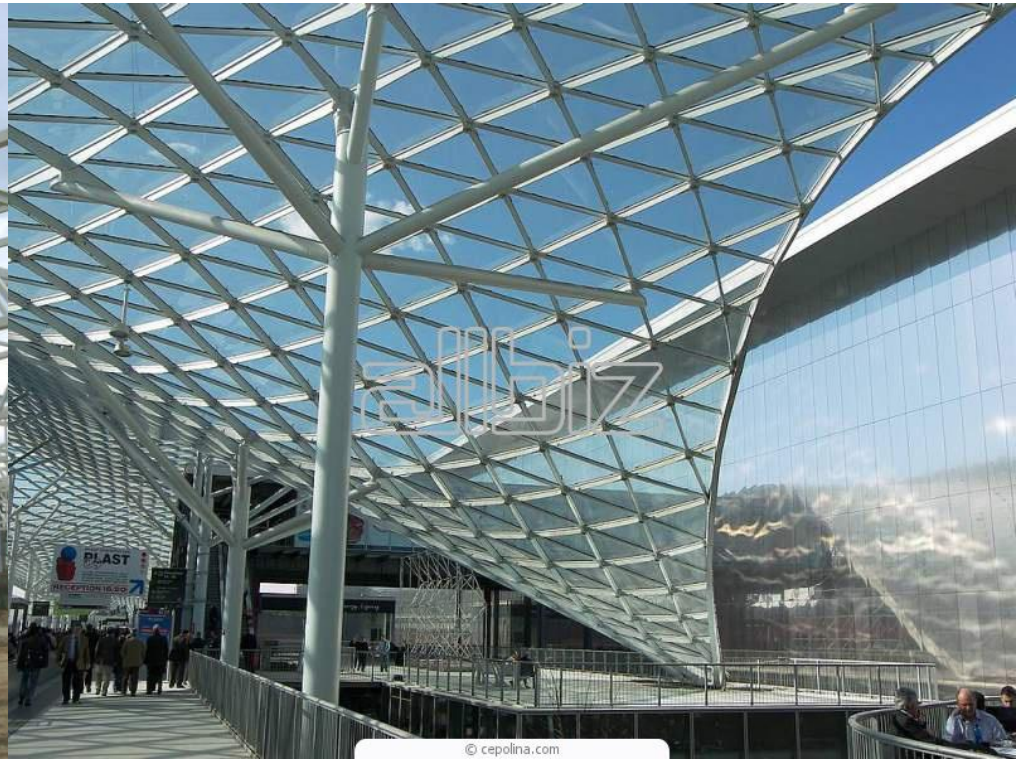
$$\sigma_{np} = \sqrt{3\tau_{xy}^2} = \sigma_T;\ \tau_{xy} = 0{,}58\sigma_T$$

IV энергетическая теория

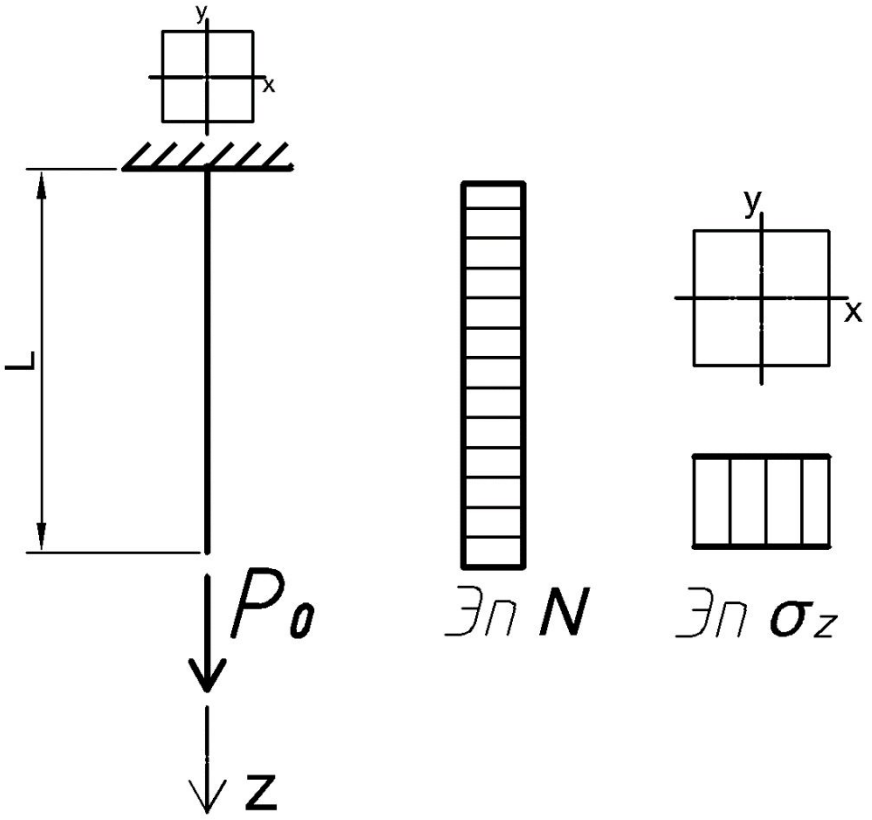
Расчет на прочность центрально растянутых или сжатых элементов

Центрально растянутые элементы

- Вспомогательные элементы и связи
- Элементы плоских и пространственных стержневых систем (фермы и т.д.)
- Висячие системы (канаты, затяжки и т.д.)



Расчет на прочность (I группа предельных состояний)



$$\sigma = N / A_n \le R \cdot \gamma_c$$

$$N = N_n \cdot \gamma_f$$

$$R = \left[R_y;\ \max(R_y;\ R_u / 1{,}3) \right]$$

II группа предельных состояний

$$N_n L / EA \le \Delta$$

Работа и расчет изгибаемых элементов

Изгибаемые элементы

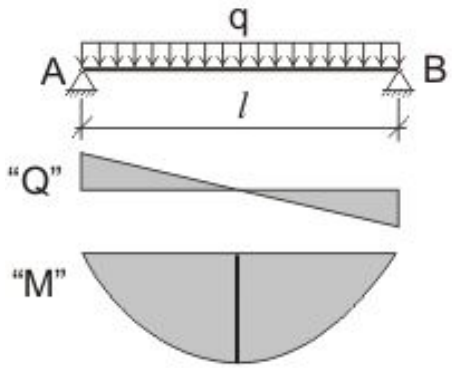
Балка – изгибаемый элемент, у которого пролет значительно превышает размеры поперечного сечения (в 5 и более раз)

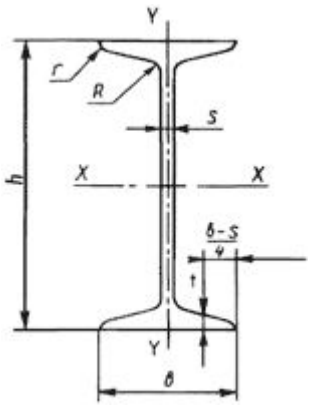
Гипотеза Бернулли

Изменение деформаций по высоте сечения по линейному закону

Изменение напряжений по высоте сечения по линейному закону до предела текучести

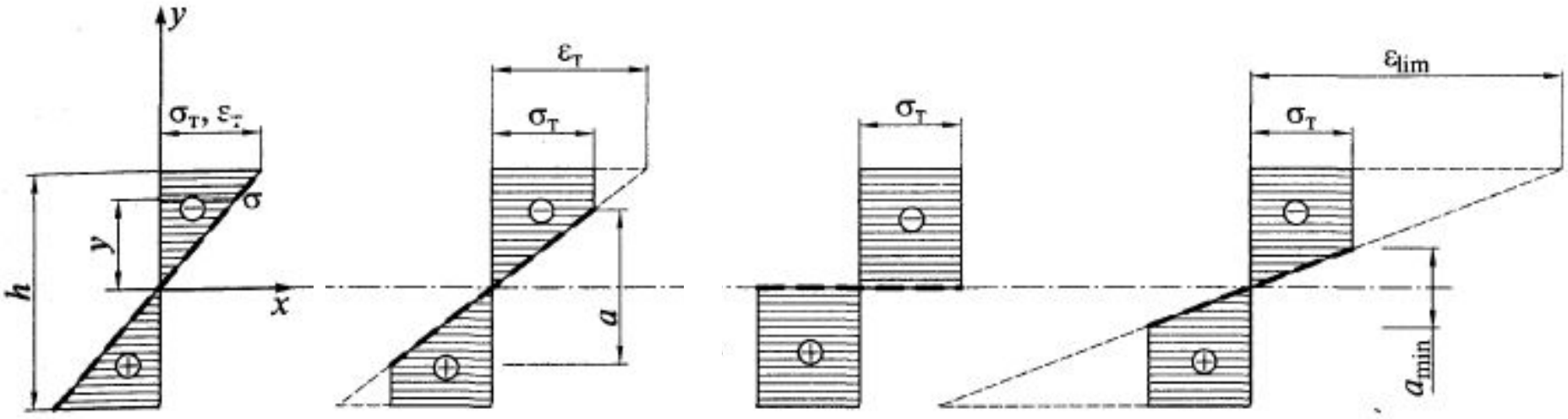
Изгибаемые элементы



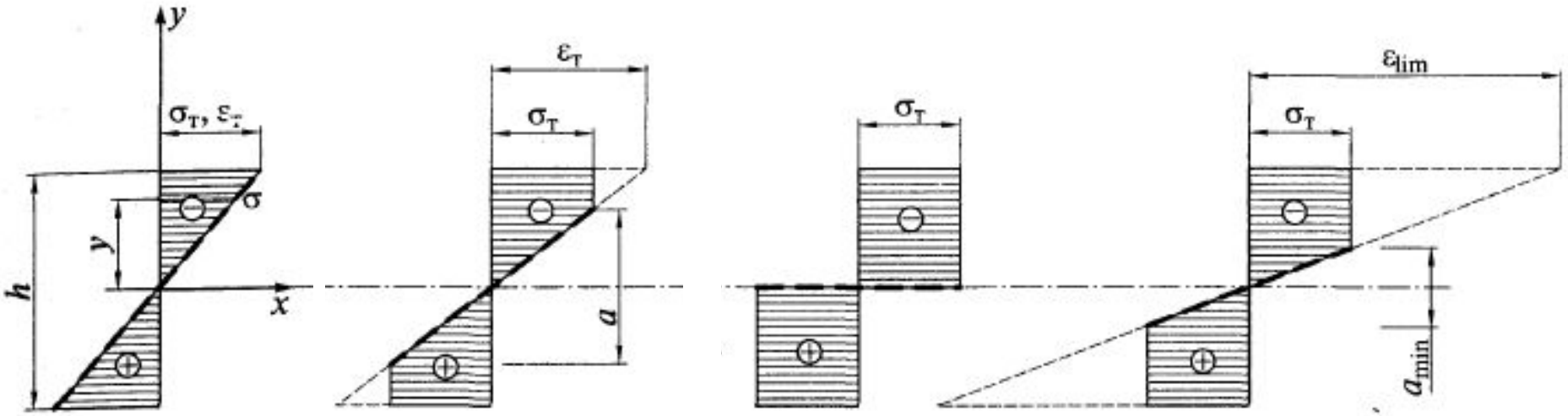


$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I_x}$$

$$\sigma_{max} = \frac{M \cdot (h/2)}{I_x} = \frac{M}{W_x}$$



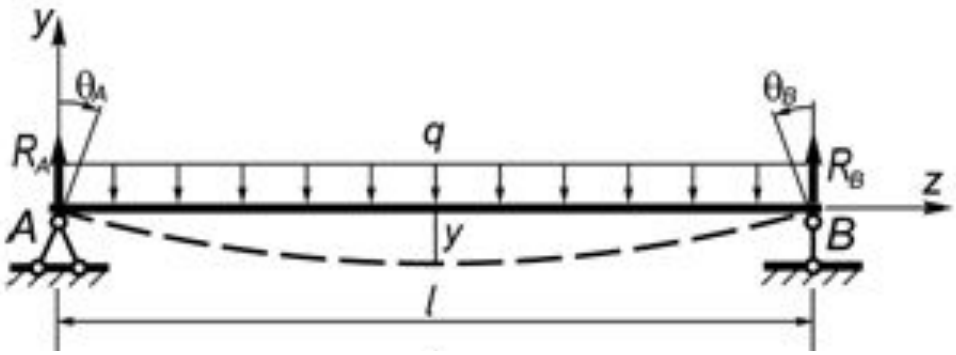
Изгибаемые элементы (упругая стадия)

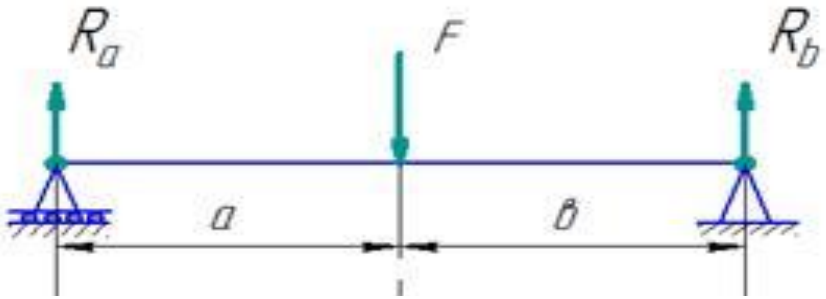


$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I_x} \qquad \sigma_{max} = \frac{M \cdot (h/2)}{I_x} = \frac{M}{W_x}$$

$$\sigma_{max} = \frac{M}{W_n} \le R_y \gamma_c \qquad \tau = \frac{Q \cdot S}{I \cdot t} \le R_s \gamma_c$$

Изгибаемые элементы (II группа предельных состояний)



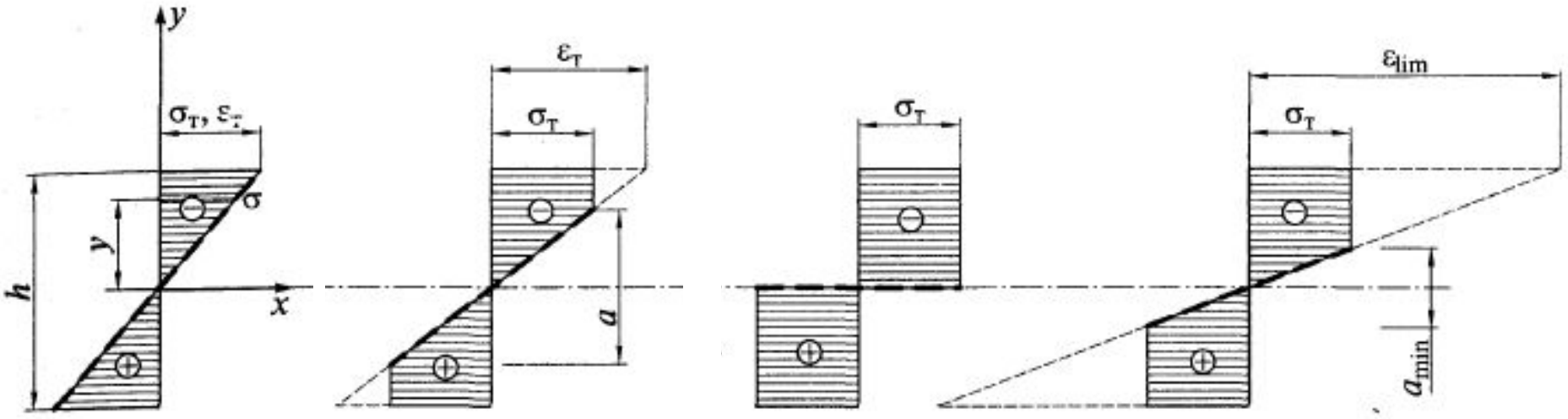


$$f_{\max} = \frac{5}{384}\left(\frac{q_n \cdot l^4}{EI}\right) \le [f]$$

$$f_{\max} = \frac{F_n \cdot l^3}{48EI} \le [f]$$

[f] **–** предельно допускаемый прогиб балки, который выражается в долях от пролета (***l/150; l/250*** и т.д.). Зависит от назначения балки.

Изгибаемые элементы (упругопластическая стадия)



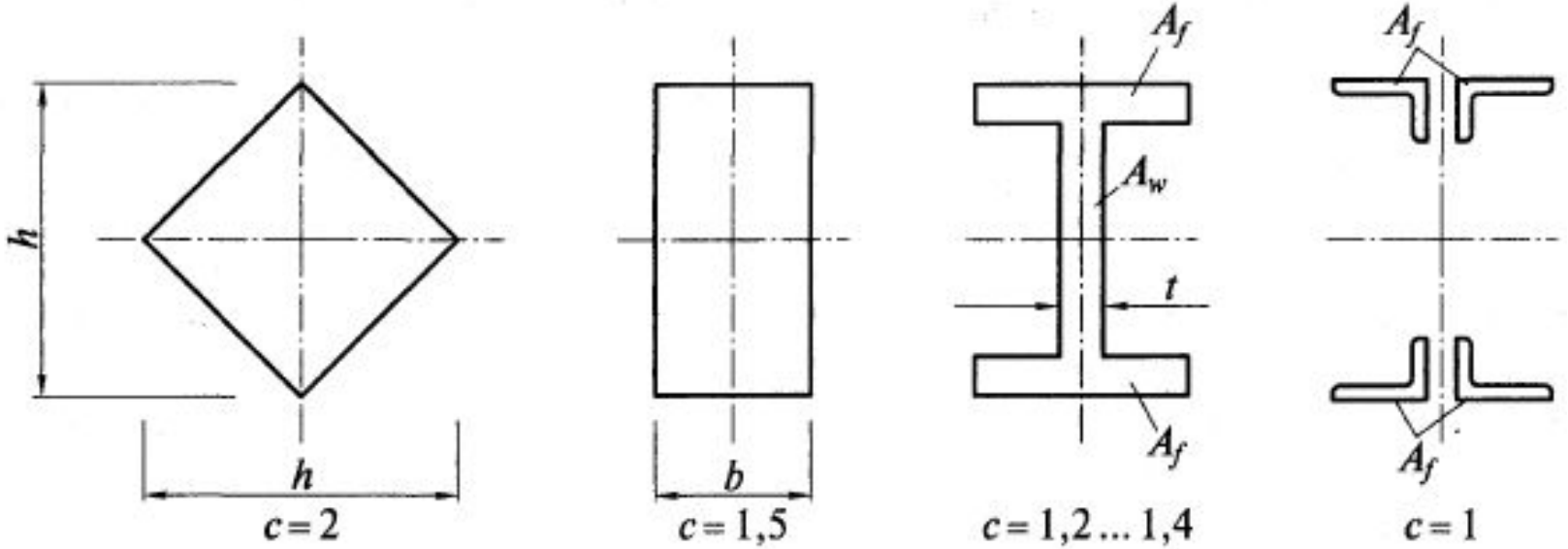
$$c = W_{пл} / W$$

Коэффициент, характеризующий резерв несущей способности изгибаемого элемента, обусловленный пластической работой материала

$$W_{пл} = S_в + S_н$$

$$\frac{M_x}{c_x \beta W_{xn,\min}} \le R_y \gamma_c$$

Изгибаемые элементы (упругопластическая стадия)



Изгиб в плоскости наибольшей жесткости

Изгиб в двух плоскостях (косой изгиб)

$$\frac{M_x}{c_x \beta W_{xn,\min} R_y \gamma_c} \le 1$$

$$\frac{M_x}{c_x \beta W_{xn,\min} R_y \gamma_c} + \frac{M_y}{c_y W_{yn,\min} R_y \gamma_c} \le 1$$

$$\frac{0{,}87}{R_y \gamma_c} \sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2} \le 1$$

Основы работы и расчета на устойчивость центрально-сжатых стержней

Центрально сжатые элементы

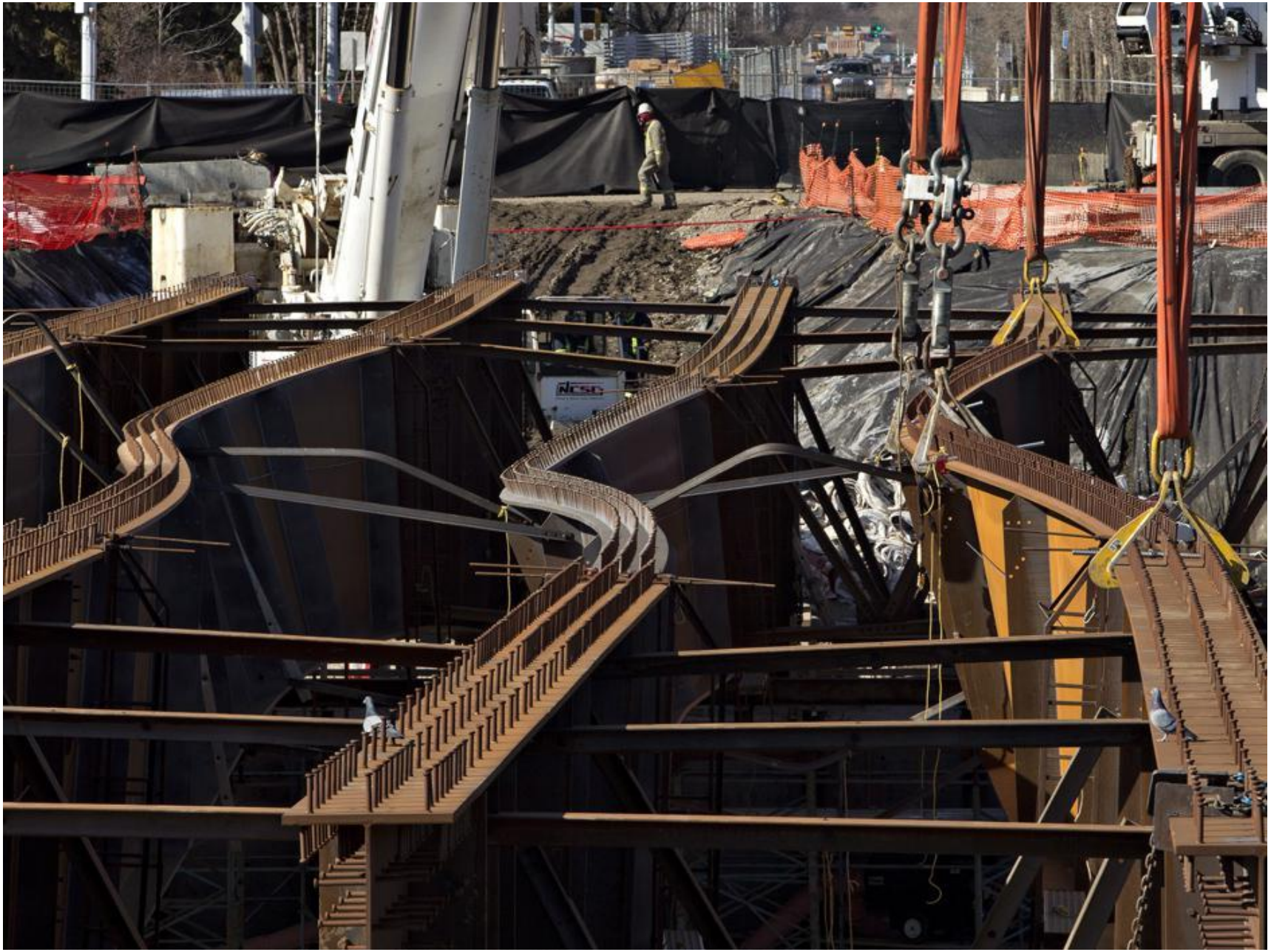
- Колонны
- Вспомогательные элементы и связи
- Элементы плоских и пространственных стержневых систем (фермы и т.д.)

Потеря устойчивости

Потеря устойчивости

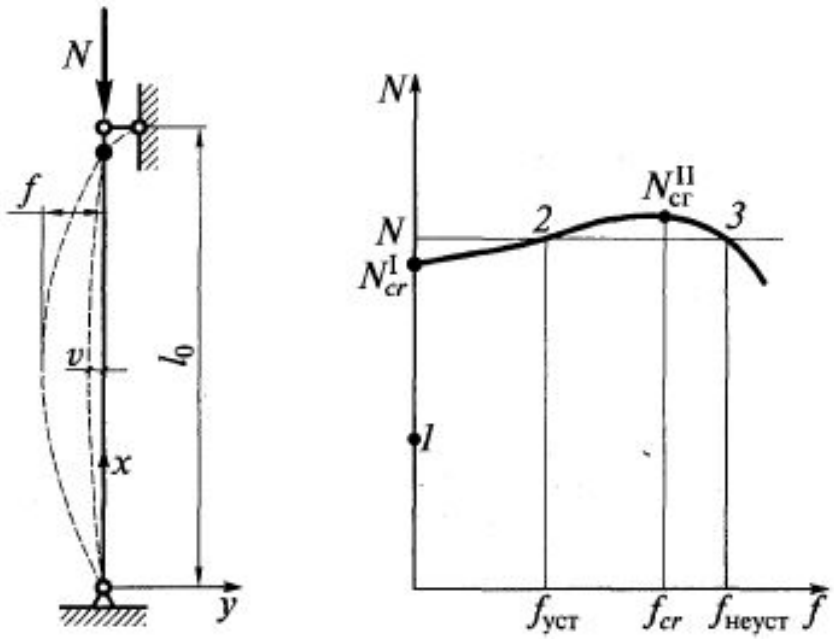
Потеря устойчивости

Потеря устойчивости



Общие сведения

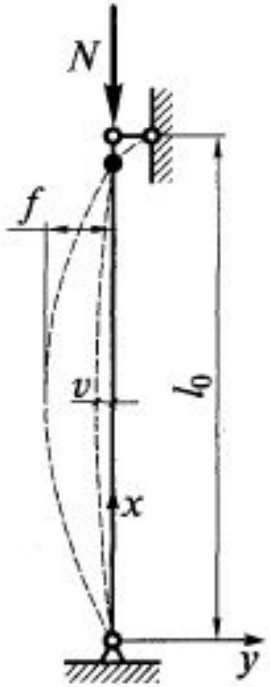
Устойчивость – свойство системы сохранять положение или форму равновесия при внешних воздействиях

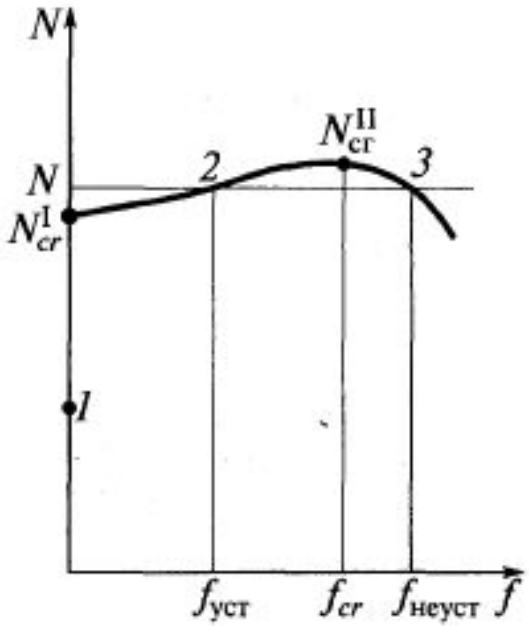


$$\sigma \le \sigma_{cr}$$

Строгое определение состояния стержня можно получить на основе энергетических принципов с использованием понятия ***виртуальной работы***, совершаемой внешними и внутренними силами на возможном перемещении

Общие сведения





$$N = const$$

$$\delta A_e \leqq \delta A_i$$

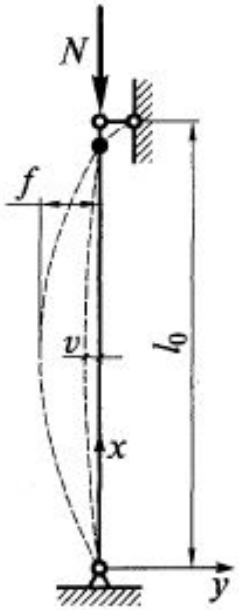
Работа внешних сил

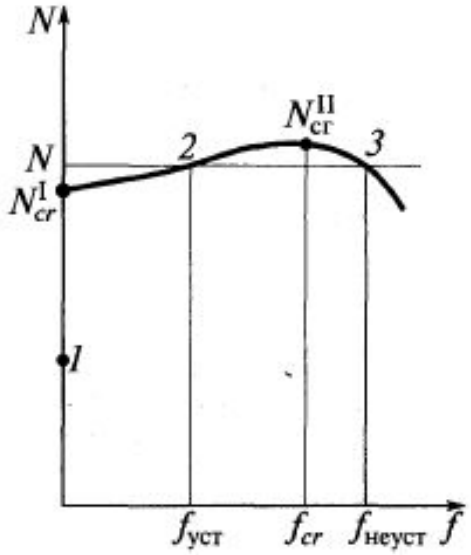
Работа внутренних сил

на возможных перемещениях

$$N_{cr}^{1} = \frac{\pi^2 EI}{l_0^2}$$

Общие сведения





$$N^1_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l_0^2}$$

$$\sigma_{cr} = \frac{N^1_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI}{l_0^2 A} = \frac{\pi^2 Ei^2}{l_0^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

$$l_0 = \mu \cdot l \qquad i = \sqrt{I/A} \qquad \lambda = l_0/i$$

Справедливо при ***E=const*** (упругая работа). Для сталей применимость формулы Эйлера $\lambda >= 85$

Учет упругопластической работы

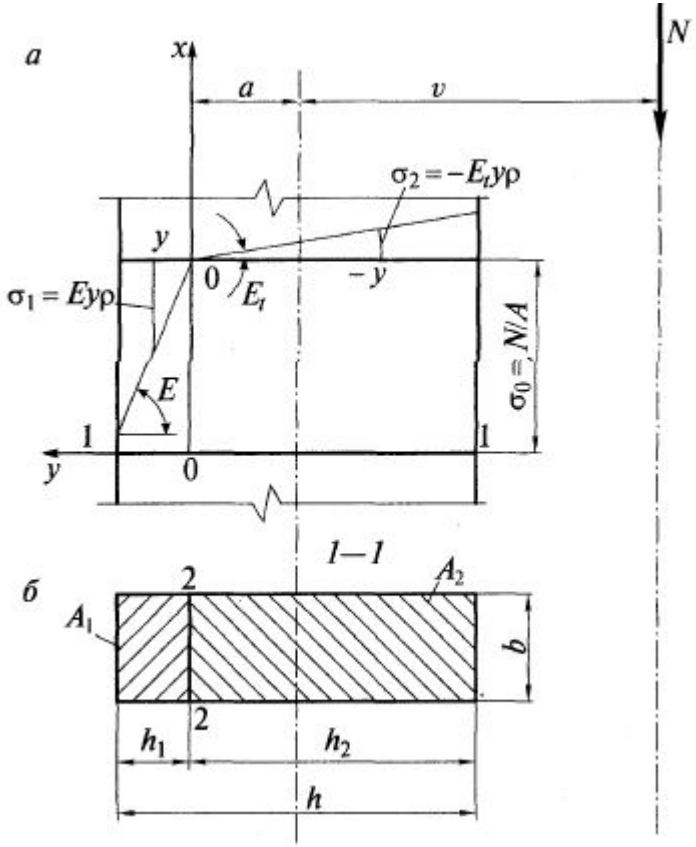


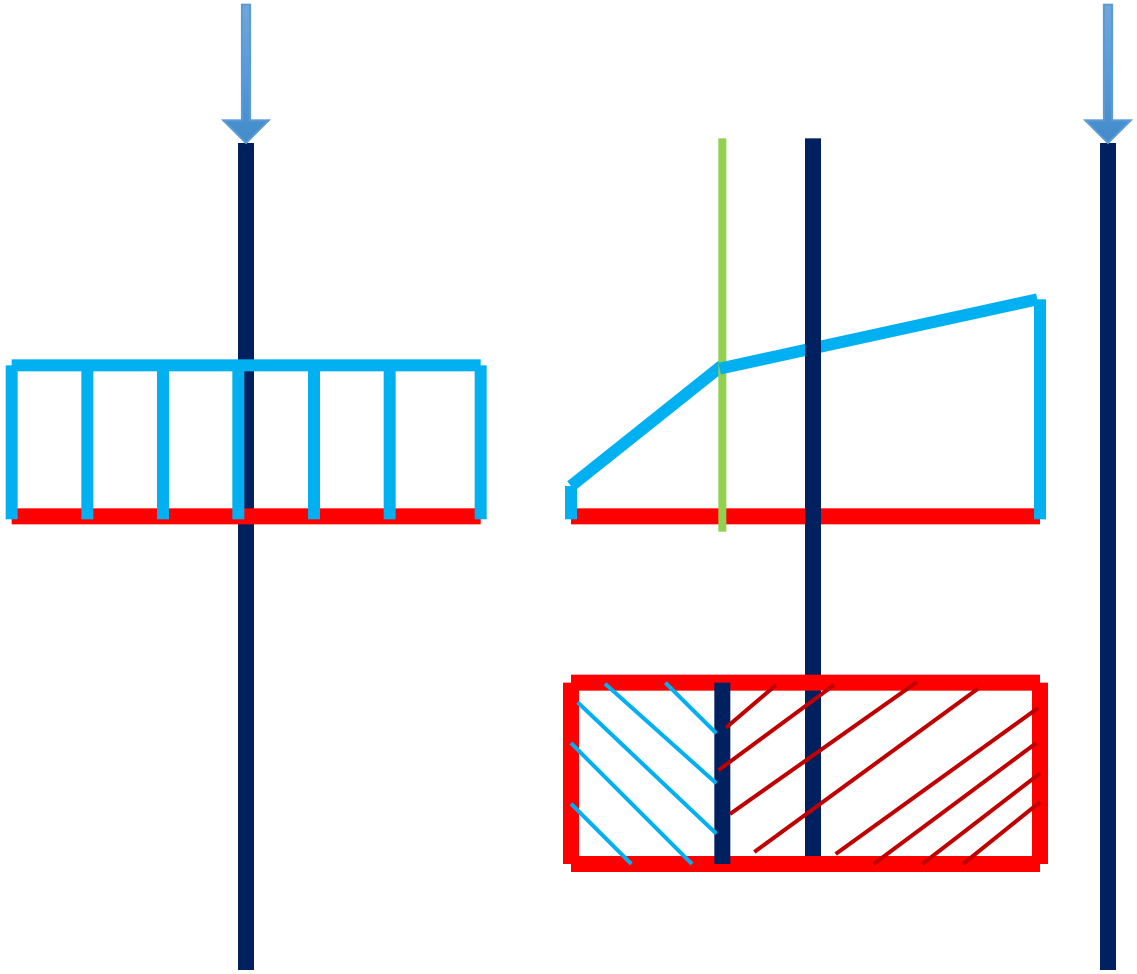
Схема работы на устойчивость центрально-сжатого стержня с учетом упругопластической работы была предложена Ф.С. Ясинским в 1895 году

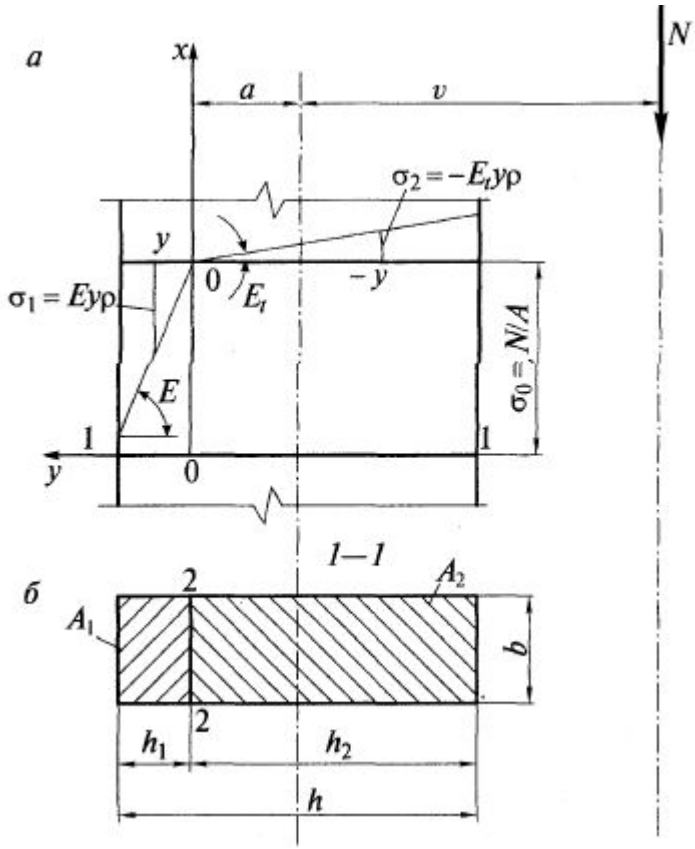
- При напряжениях ниже предела пропорциональности ($\sigma_{пц}$) стержень работает в упругой стадии
- При дальнейшем увеличении напряжений и возможном прогибе ***v*** в сечении стержня можно выделить две зоны: сжатая сторона (A_2); сторона, где на напряжения от сжатия накладываются напряжения растяжения при изгибе (A_1)

Вводится понятие приведенного модуля упругости

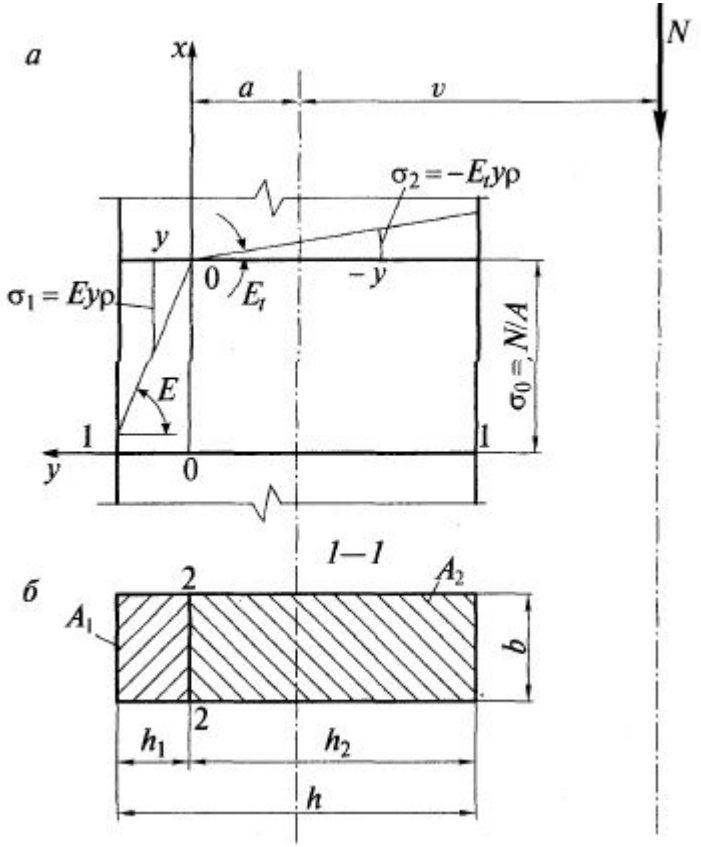
$$T = \left(EI_1 + E_t I_2\right)/ I$$

Учет упругопластической работы

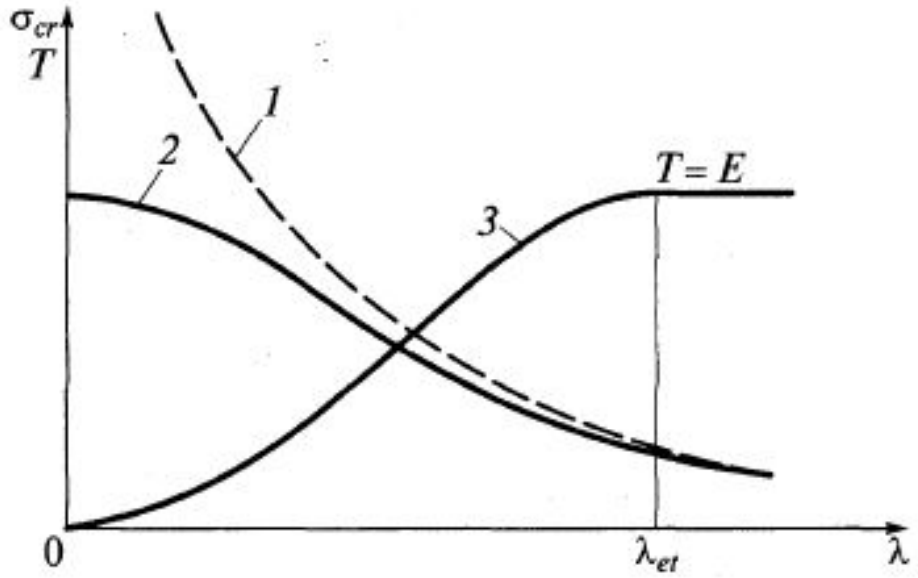




Учет упругопластической работы

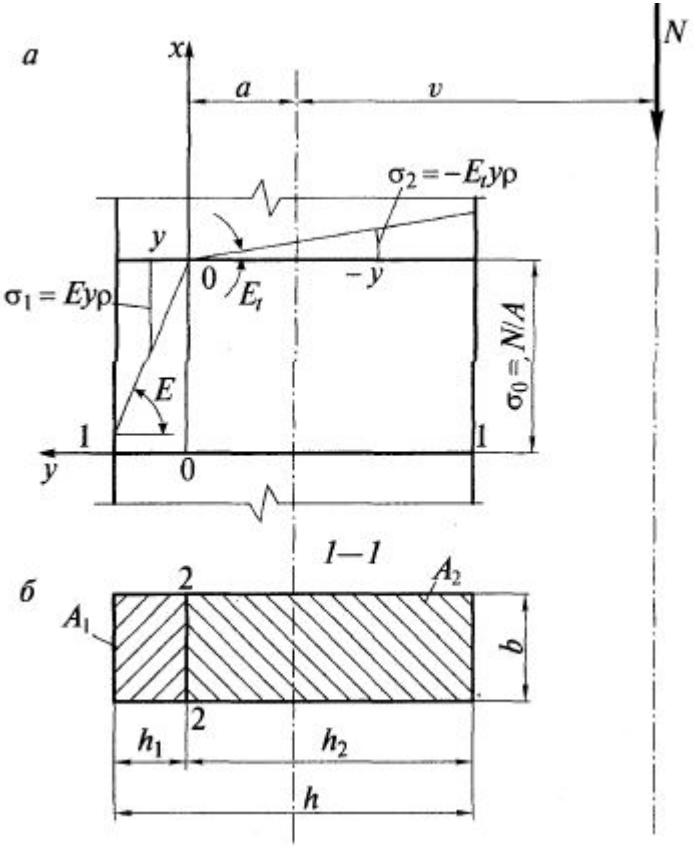


$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \qquad \sigma_{cr} = \frac{\pi^2 T}{\lambda^2}$$



Приведенный модуль упругости ***T*** зависит от материала и формы сечения

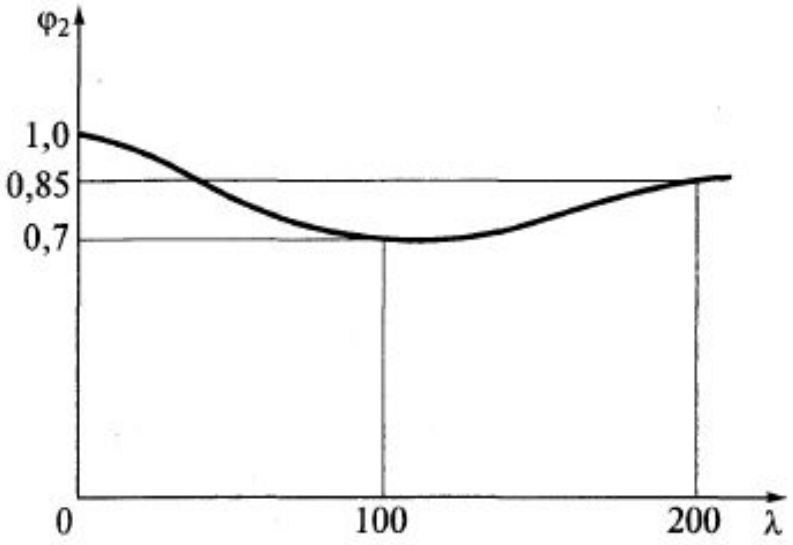
Учет начальных несовершенств



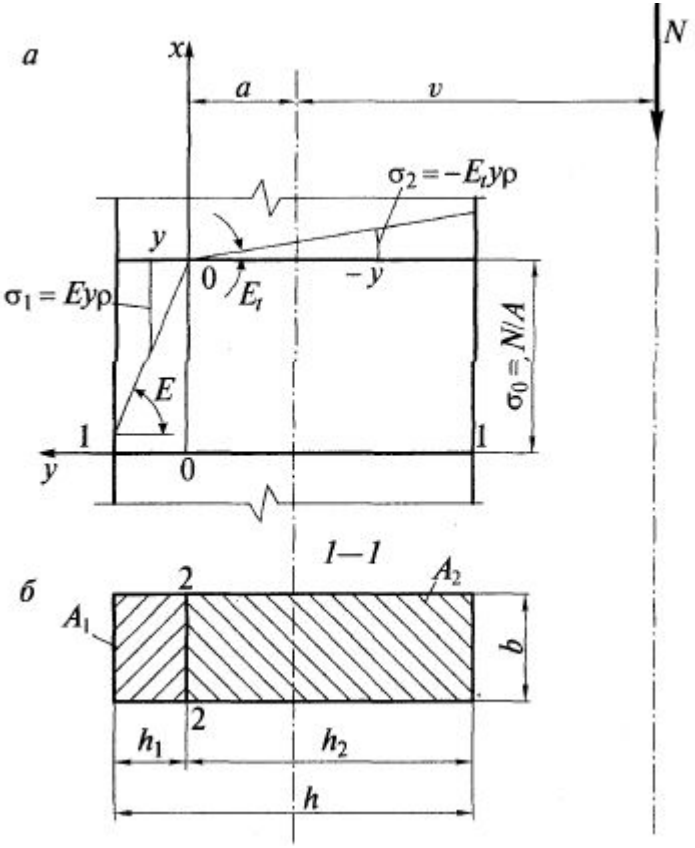
При изготовлении и монтаже в конструкции накапливаются дефекты (погибы, искривление оси стержней и т.д.).

В реальных конструкциях практически невозможно обеспечить передачу нагрузки строго по оси

Эти обстоятельства учитываются введением в расчет некоторого эквивалентного эксцентриситета сжимающей силы e_{ef} (случайного эксцентриситета), который снижает значение критических напряжений



Расчетная формула

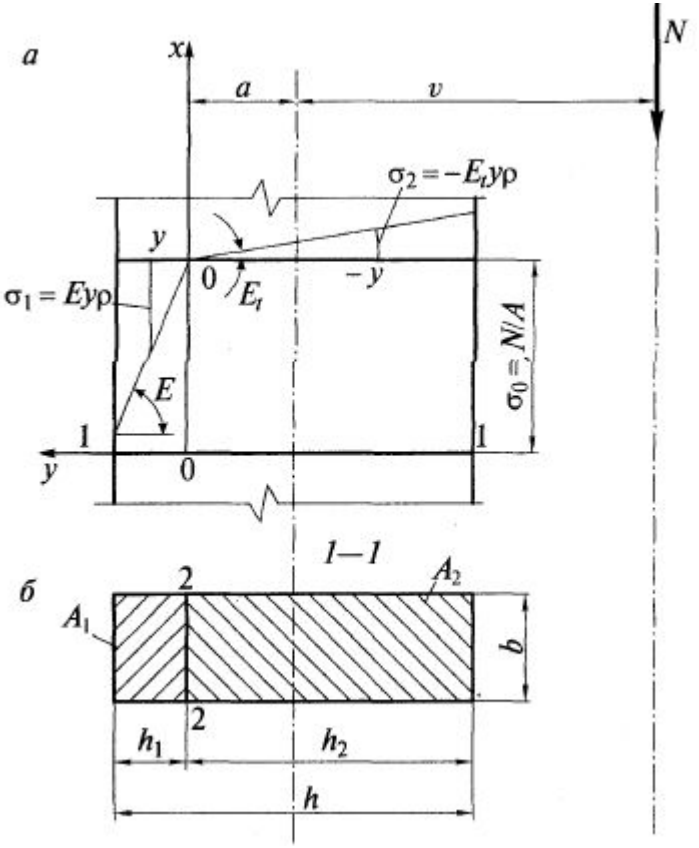


$$\sigma = \frac{N}{A} \le \sigma_{cr}$$

$$\varphi = \sigma_{cr} / R_y$$

$$\sigma = \frac{N}{\varphi A} \le R_y \gamma_c$$

Расчетная формула



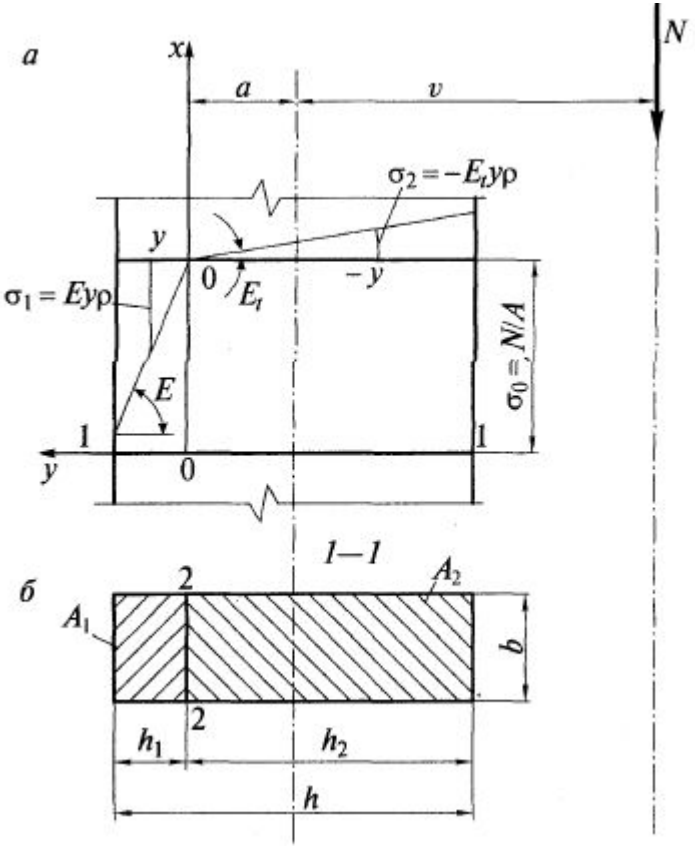
φ – коэффициент устойчивости при центральном сжатии (коэффициент продольного изгиба при центральном сжатии)

Учитывает:

- Упругопластическую работу материала
- Начальные несовершенства (случайный эксцентриситет)

$$\sigma = \frac{N}{\varphi A} \le R_y \gamma_c$$

Расчетная формула



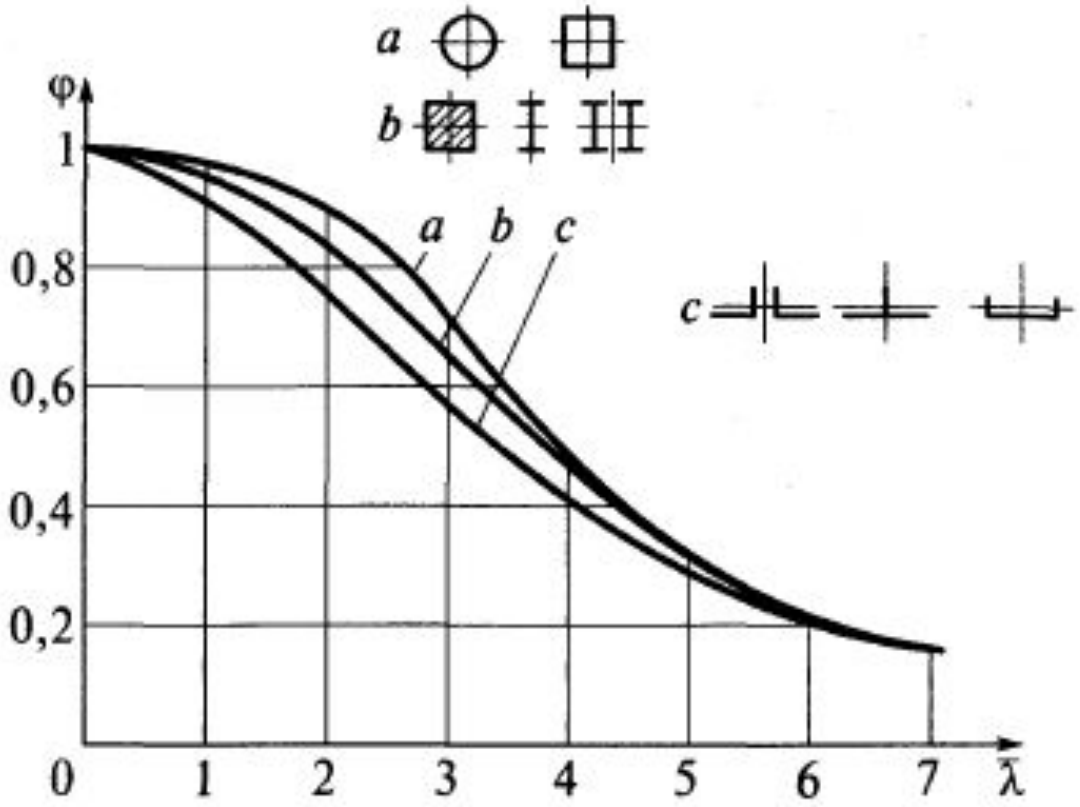
$$\sigma = \frac{N}{\varphi A} \le R_y \gamma_c$$

В действующих нормах по расчету стальных конструкций приведены таблицы со значениями φ в зависимости от:

$$\bar{\lambda} = \lambda \cdot \sqrt{\frac{R_y}{E}}$$ Условная гибкость элемента

Тип сечения

Расчетная формула



$$\sigma = \frac{N}{\varphi A} \le R_y \gamma_c$$

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i};\ \bar{\lambda} = \lambda \cdot \sqrt{\frac{R_y}{E}}$$

Тип сечения (a, b, c)

$$\varphi = f(\bar{\lambda};\ тип\ сечения)$$