

Прямые и плоскости в пространстве

Часть 1



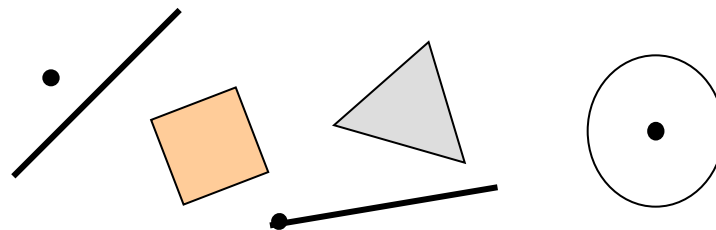
Презентацию подготовила учитель математики
МБОУ СОШ №4 г.Покачи ХМАО-Югра
Литвинченко Л.В.

«**планиметрия**» – наименование смешанного происхождения: от греч. **metreo** – измерять и лат. **planum** – плоская поверхность (плоскость)

ГЕОМЕТРИИ

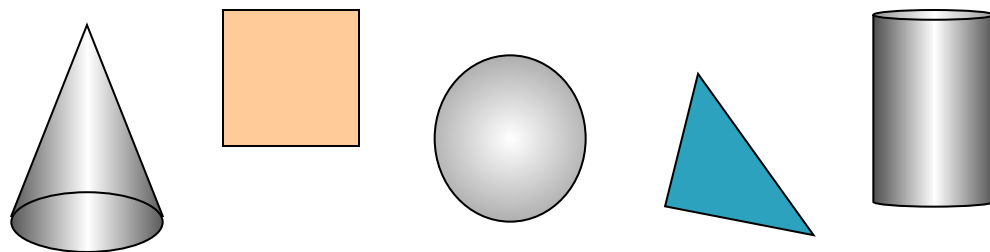
ПЛАНИМЕТРИЯ

ГЕОМЕТРИЯ на плоскости



СТЕРЕОМЕТРИЯ

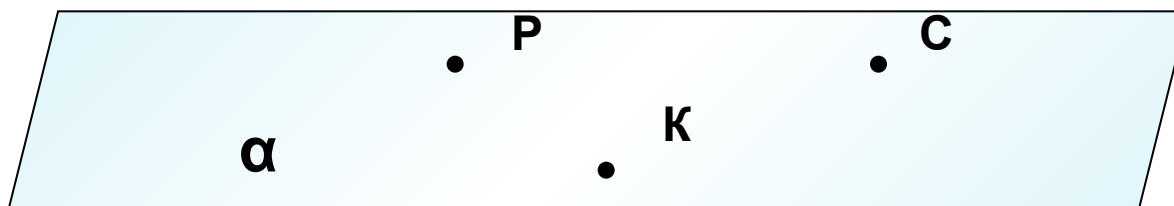
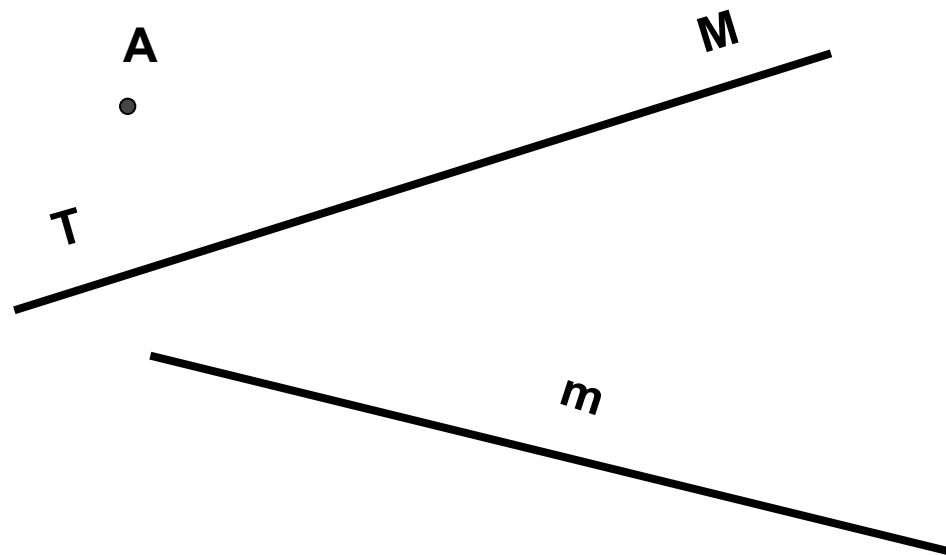
ГЕОМЕТРИЯ в пространстве



«**стереометрия**» – от греч. **stereos** – пространственный (**stereon** – объем).

Основные понятия стереометрии

- точка,
- прямая,
- плоскость,
- расстояние



$\alpha = (PKC)$

$|PK|$

$A \notin \alpha, KC \subset \alpha, P \in \alpha, |PK| = 2 \text{ см}$

ВСПОМНИМ ПЛАНИМЕТРИЮ

- Каково может быть взаимное расположение двух прямых на плоскости?

- Какие прямые в планиметрии называются параллельными?



ВСПОМНИМ ПЛАНИМЕТРИЮ

- Аксиома параллельных прямых - ?

Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит прямая, параллельная данной и притом только одна

ВСПОМНИМ ПЛАНИМЕТРИЮ

- Следствия аксиомы параллельных прямых - ?

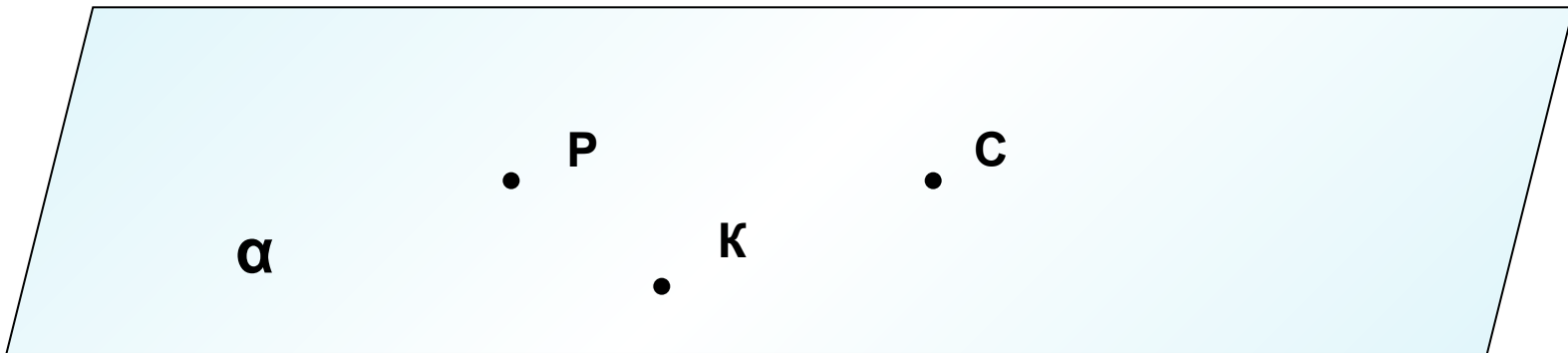
Если прямая пересекает одну из параллельных прямых, то она пересекает и другую.

Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.

Аксиомы стереометрии

A-1

Через любые три точки, не лежащие на одной прямой проходит плоскость, и притом только одна

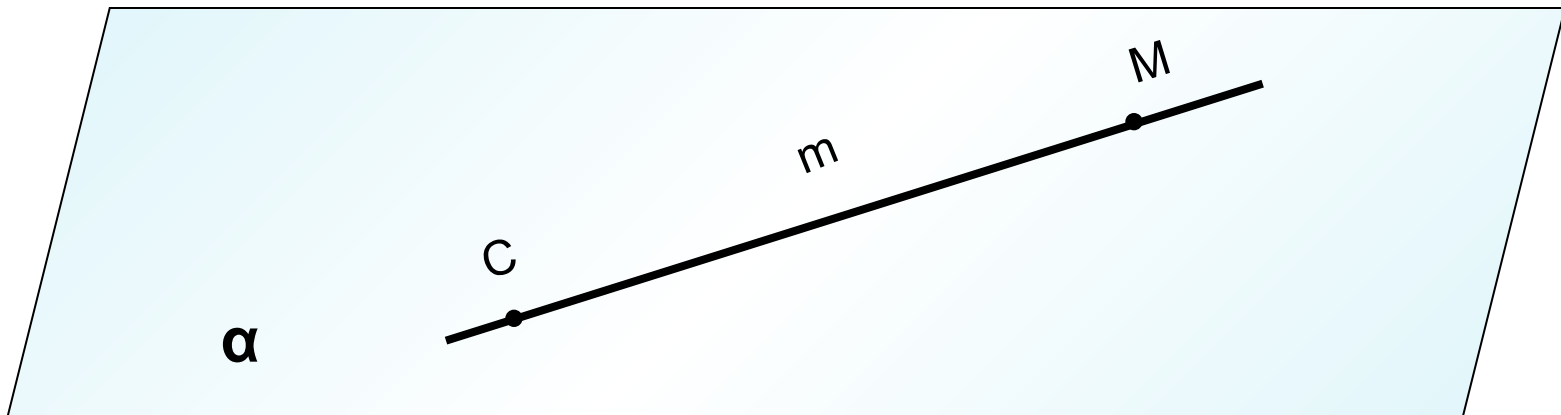


$$\alpha = (PKC)$$

Аксиомы стереометрии

A-2

Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости.

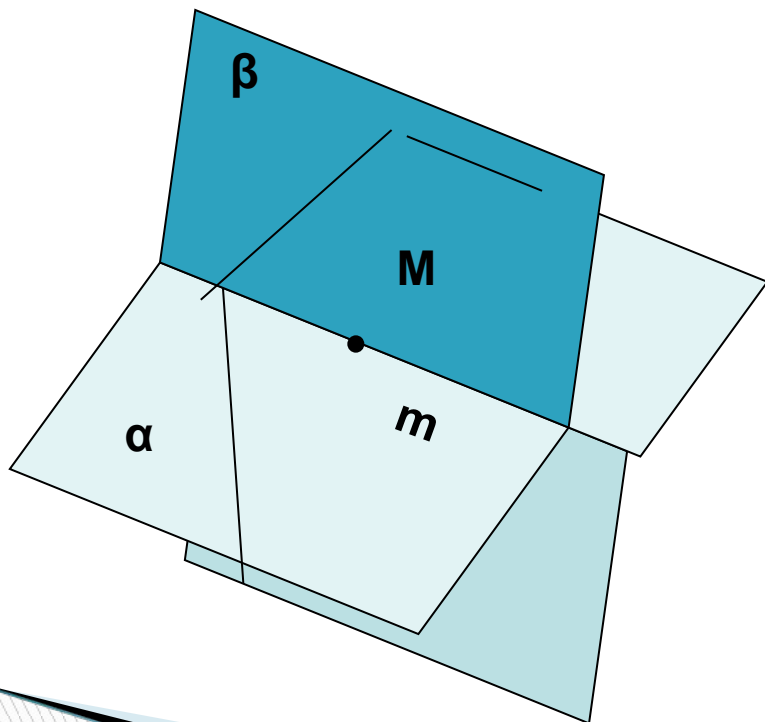


Если $M, C \in \alpha$ $M, C \in m$, то $m \subset \alpha$

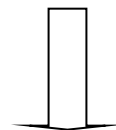
Аксиомы стереометрии

А-3

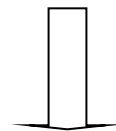
Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.



$$M \in \alpha, M \in \beta, M \in m$$



$$m \in \alpha, m \in \beta$$

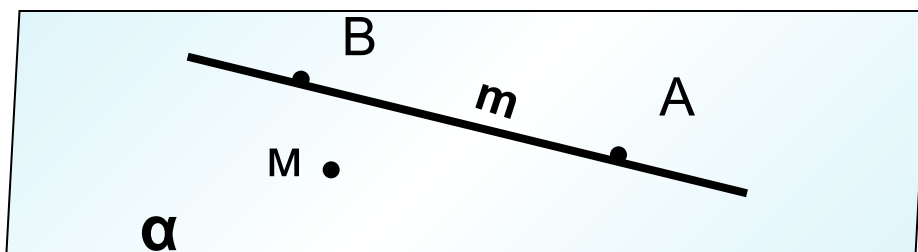


$$\alpha \cap \beta = m$$

СЛЕДСТВИЯ ИЗ АКСИОМ

T-1

Через любую прямую и не принадлежащую ей точку можно провести плоскость, и притом только одну.



Дано: $M \notin m$

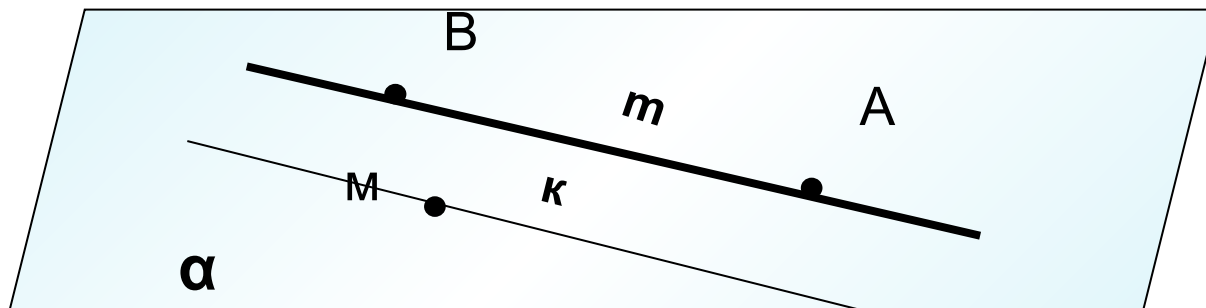
Доказательство

Пусть точки $A, B \in m$.

- Так как $M \notin m$, то точки A, B и M не принадлежат одной прямой. По A-1 через точки A, B и M проходит только одна плоскость — плоскость (ABM) , Обозначим её α . Прямая m имеет с ней две общие точки — точки A и B , следовательно, по аксиоме A-2 эта прямая лежит в плоскости α . Таким образом, плоскость α проходит через прямую m и точку M и является искомой.
- Докажем, что другой плоскости, проходящей через прямую m и точку M , не существует. Предположим, что есть другая плоскость — β , проходящая через прямую m и точку M . Тогда плоскости α и β проходят через точки A, B и M , не принадлежащие одной прямой, а значит, совпадают. Следовательно, плоскость α единственна.
- Теорема доказана

СЛЕДСТВИЕ ИЗ Т-1

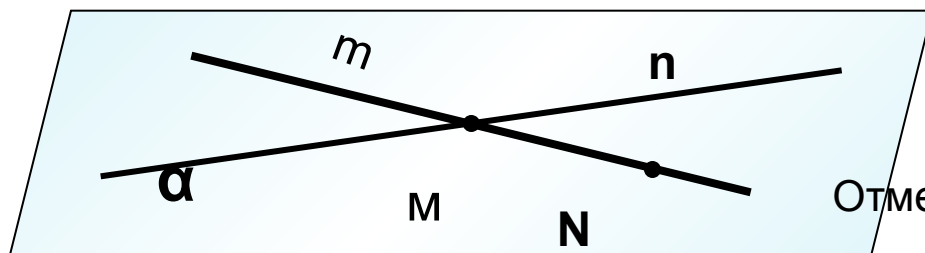
Через две ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ прямые можно провести плоскость, и притом только одну.



СЛЕДСТВИЯ ИЗ АКСИОМ

Т-2

Через любые две пересекающиеся прямые можно провести плоскость, и притом только одну.



Дано: $m \cap n = M$

Доказательство

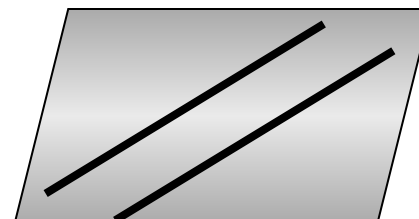
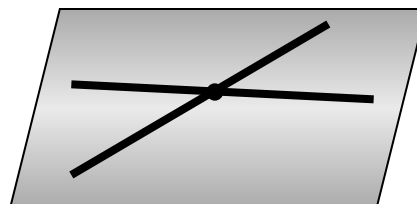
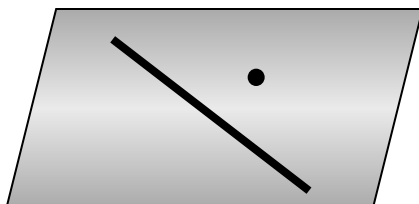
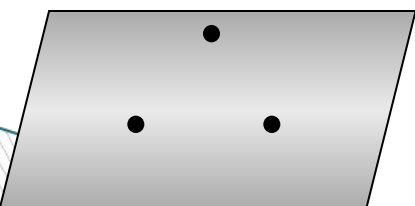
Отметим на прямой m произвольную точку N , отличную от M .

- Рассмотрим плоскость $\alpha = (n, N)$. Так как $M \in \alpha$ и $N \in \alpha$, то по А-2 $m \subset \alpha$. Значит обе прямые m, n лежат в плоскости α и следовательно α , является искомой
- Докажем единственность плоскости α . Допустим, что есть другая, отличная от плоскости α и проходящая через прямые m и n , плоскость β . Так как плоскость β проходит через прямую n и не принадлежащую ей точку N , то по Т-1 она совпадает с плоскостью α . Единственность плоскости α доказана.
- Теорема доказана

ВЫВОД

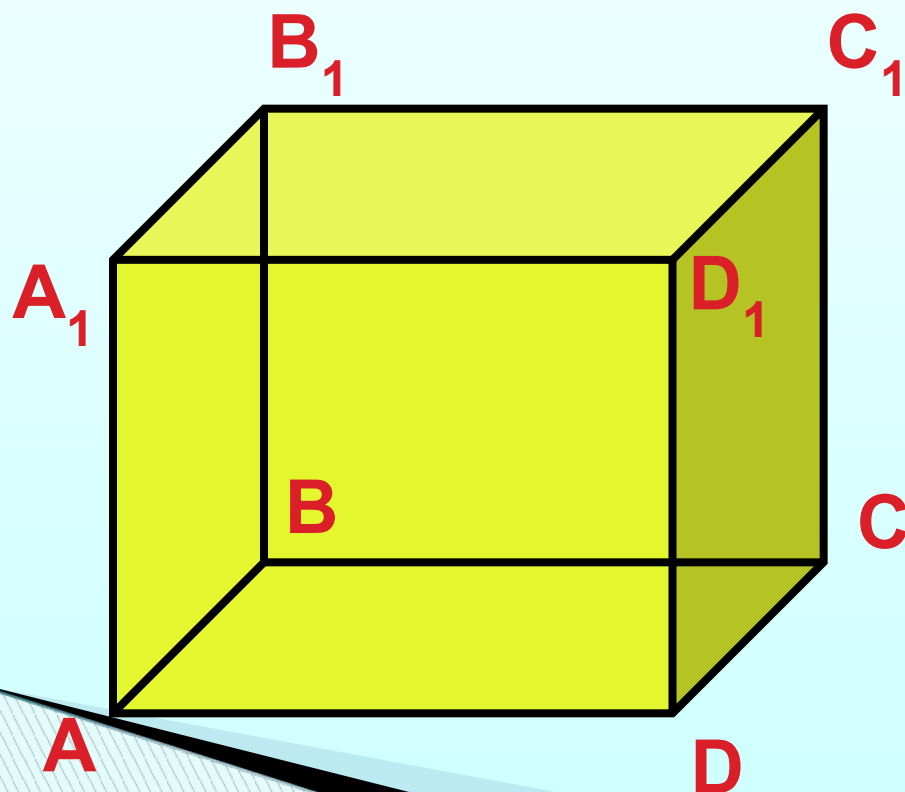
Как в пространстве можно однозначно задать плоскость?

- По трем точкам, не лежащим на одной прямой
- По прямой и точке, не лежащей на этой прямой
- По двум пересекающимся прямым
- По двум параллельным прямым

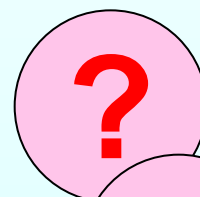


ВЕРНЕМСЯ В ПРОСТРАНСТВО.

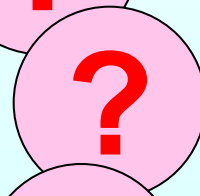
- Каково может быть взаимное расположение прямых в пространстве?



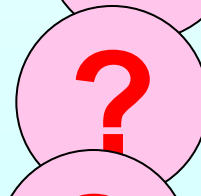
$AB \parallel CD$



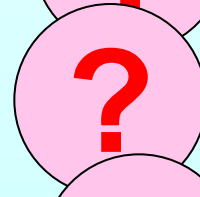
$B_1C \cap C_1C$



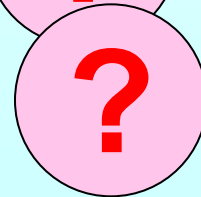
$AD_1 \cap A_1D$



BC и AA_1

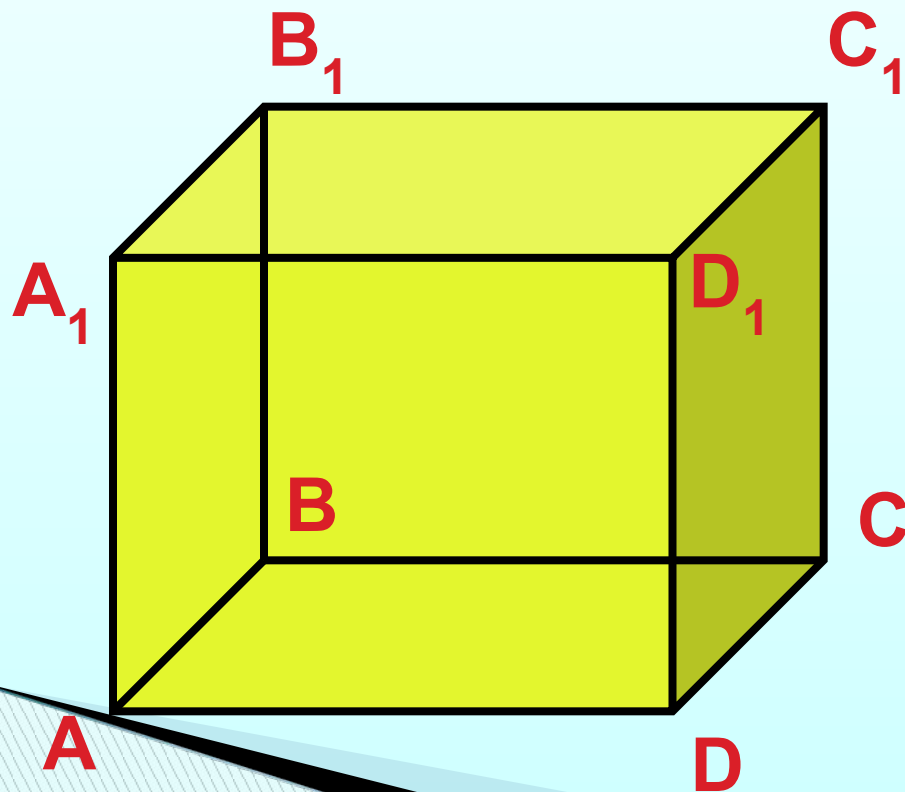


B_1C и A_1D



ВЕРНЕМСЯ В ПРОСТРАНСТВО

- Какие прямые в пространстве называются параллельными?

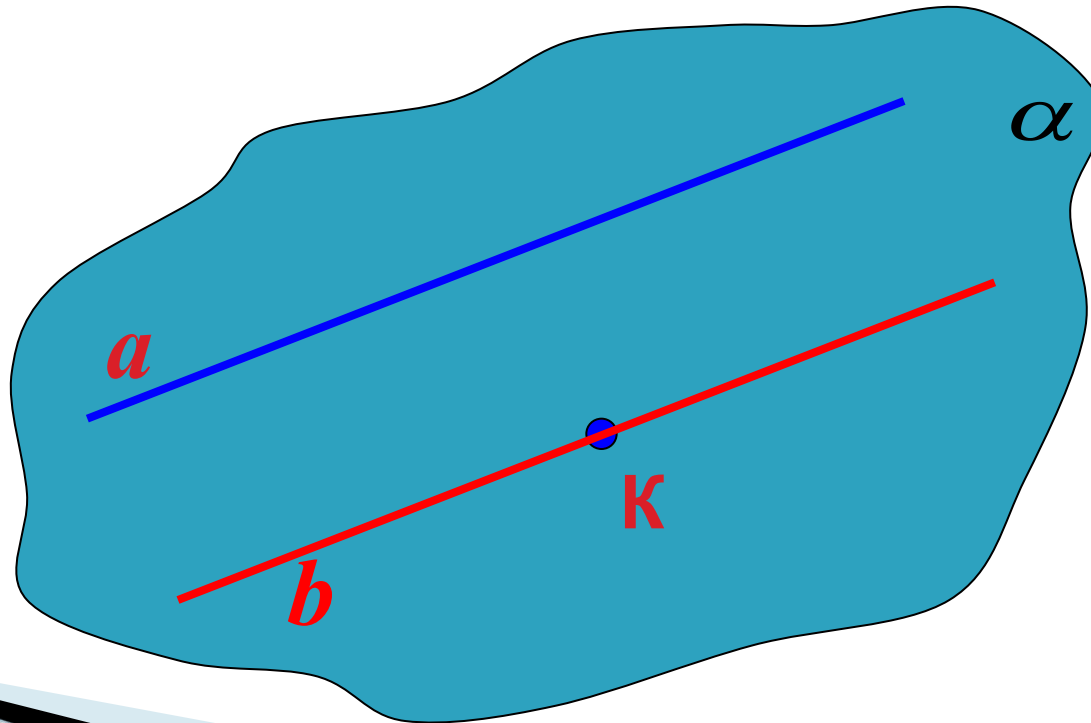


B_1C_1 и A_1D_1

Параллельными называются прямые, лежащие в одной плоскости и не имеющие точек пересечения.

Теорема о параллельных прямых.

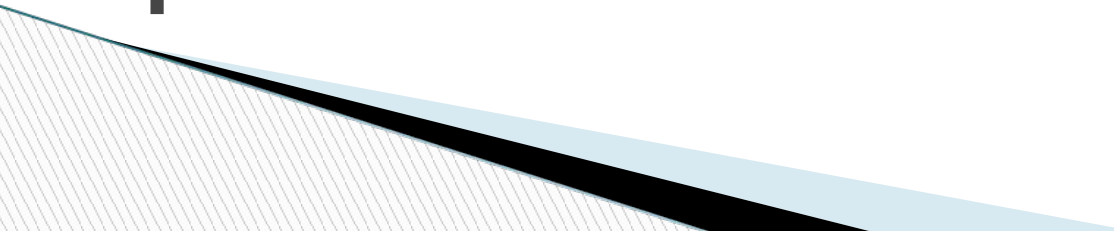
Через любую точку пространства, не лежащую на данной прямой, проходит прямая, параллельная данной, и притом только одна.



Параллельные отрезки, параллельные лучи в пространстве.

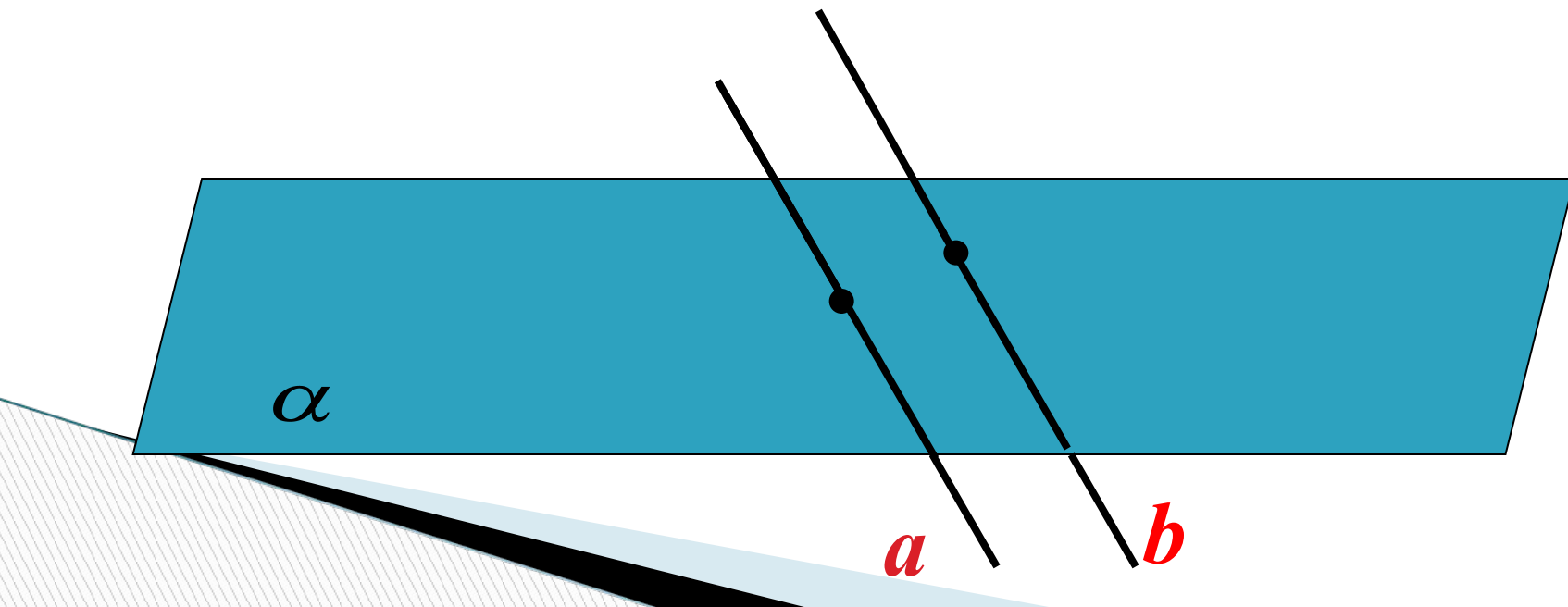
- Отрезки в пространстве называются параллельными, если ...
- Лучи в пространстве называются параллельными, если ...

**...они лежат на параллельных
прямых**



Лемма о параллельных прямых

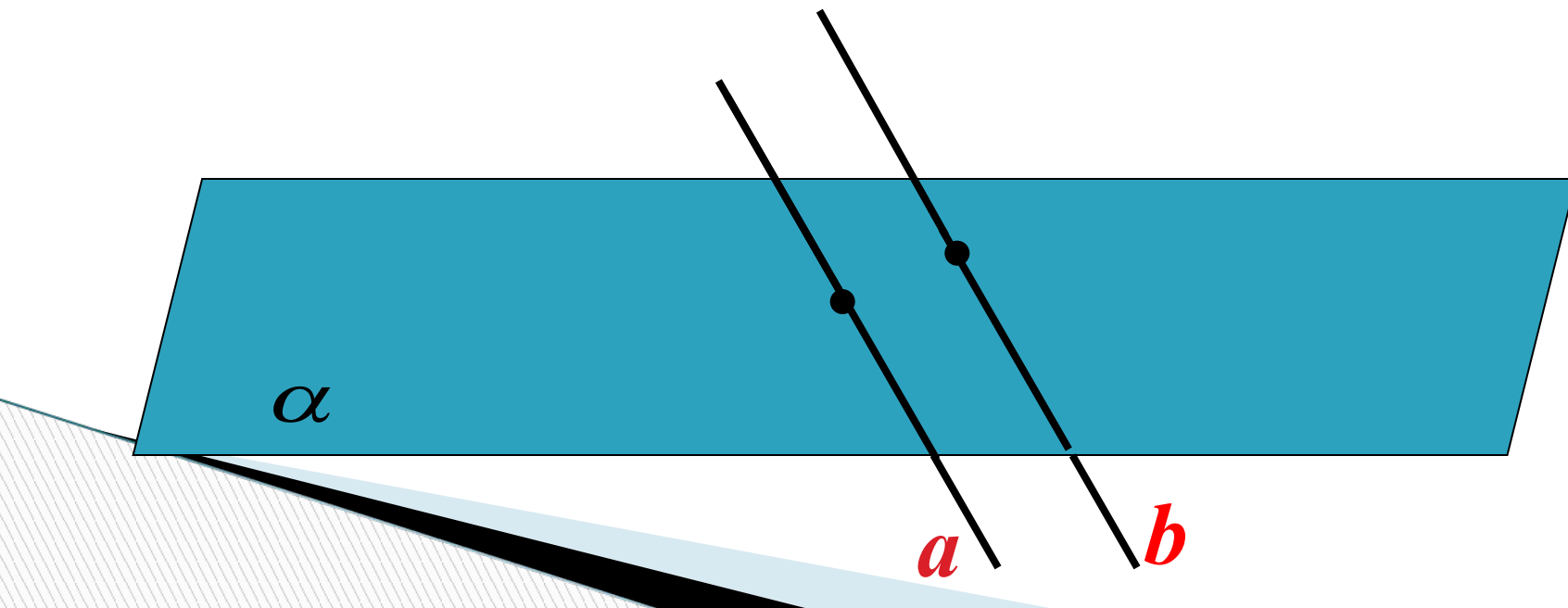
Если одна из параллельных прямых пересекает плоскость, то и вторая прямая также пересекает эту плоскость?



Лемма о параллельных прямых

Дано: $a \parallel b$

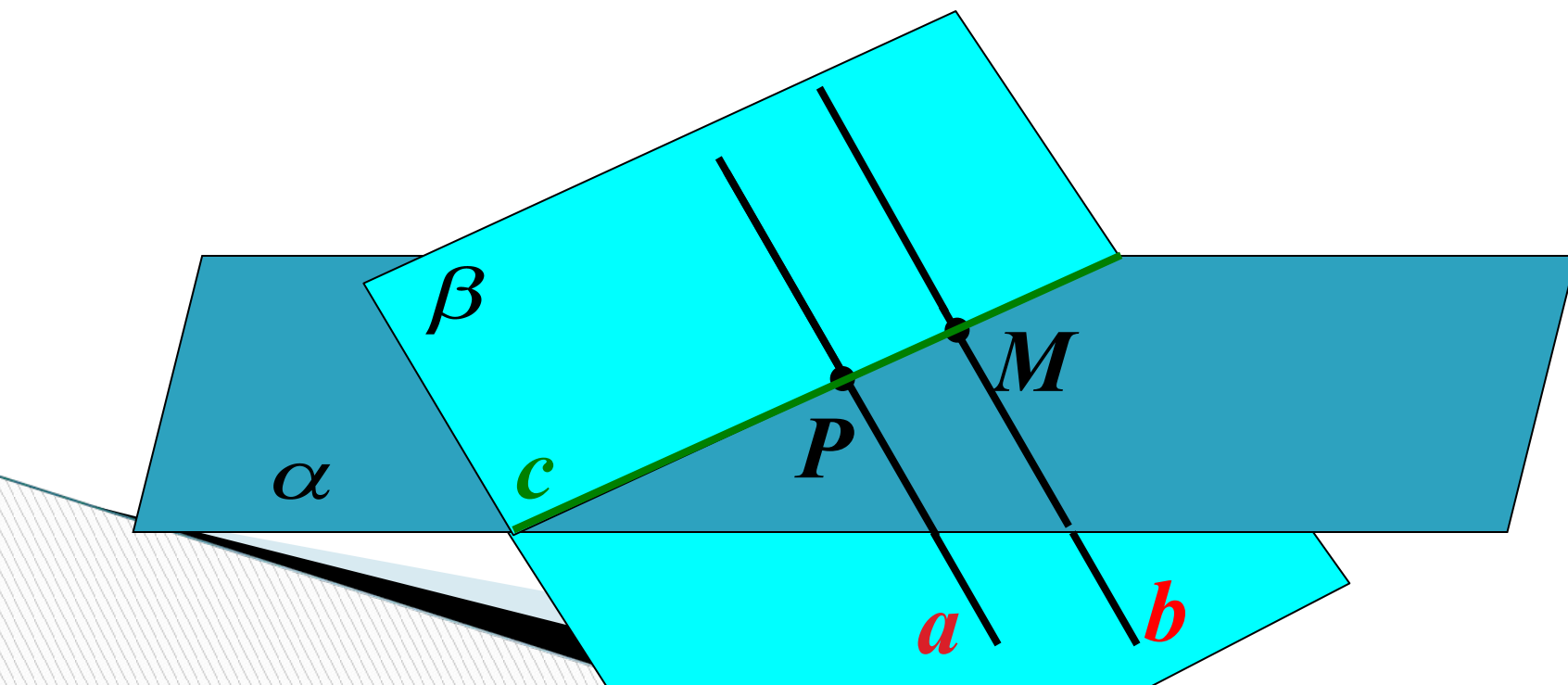
Доказать: b и α имеют общую точку, причем она единственная



Лемма о параллельных прямых

Дано: $a \parallel b$

Доказать: b и α имеют общую точку,
причем она единственная

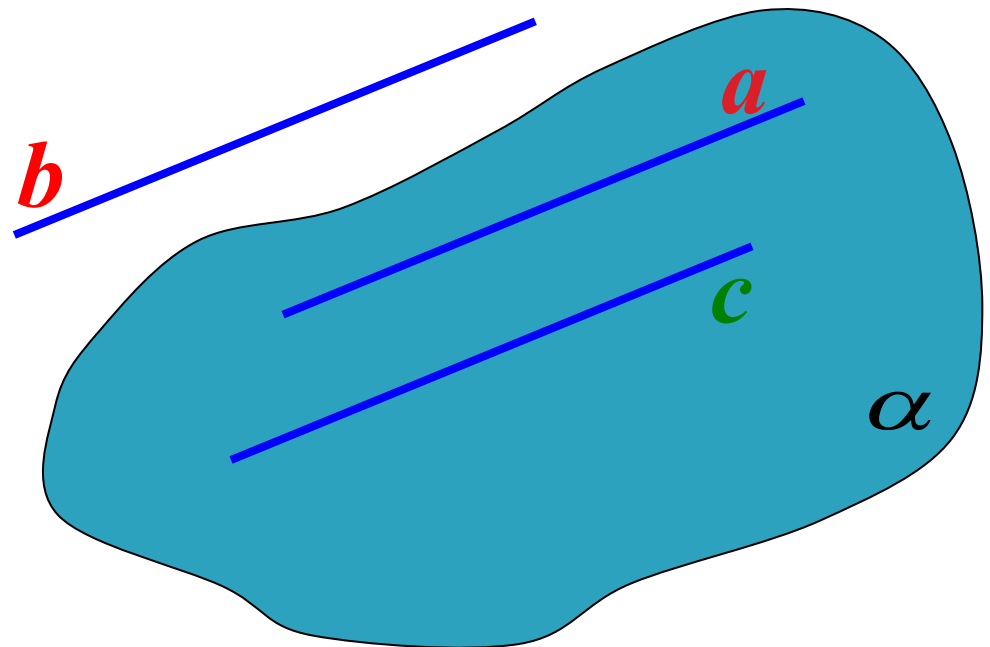


Теорема о параллельности трех прямых в пространстве.

Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны

Дано: $a \parallel b$ и $c \parallel b$

Доказать: $a \parallel c$

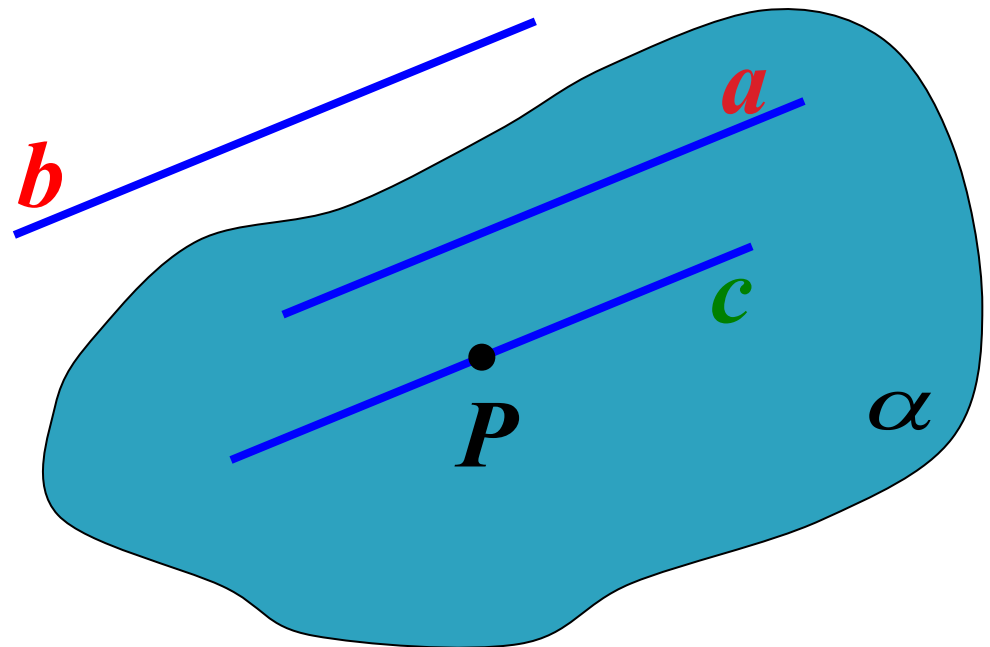


Теорема о параллельности трех прямых в пространстве.

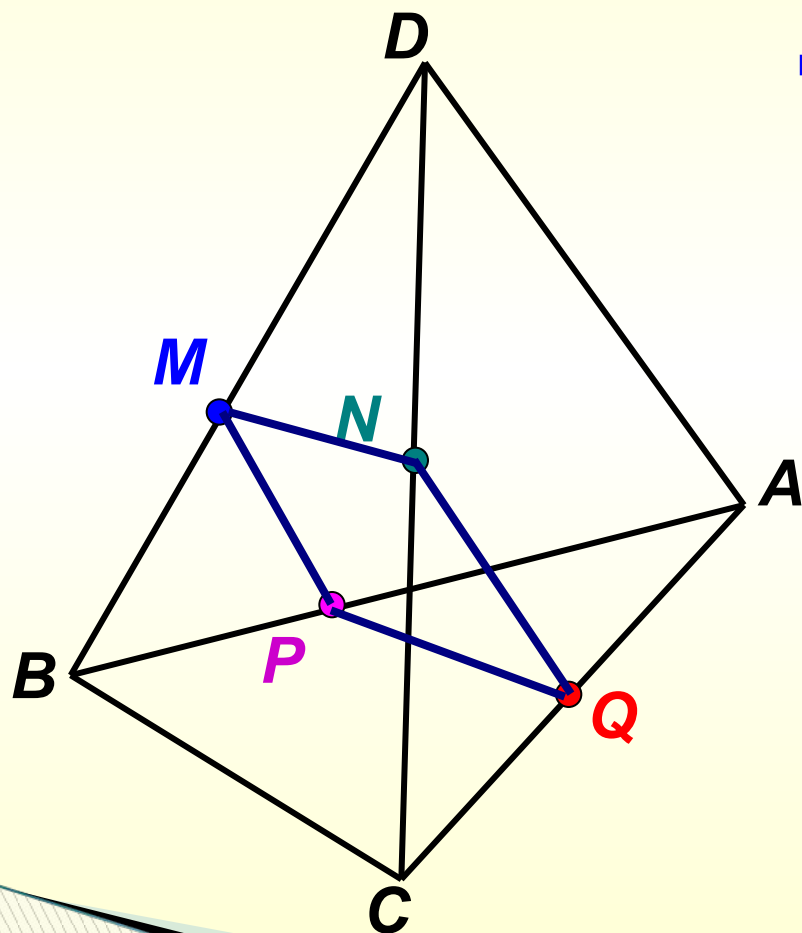
Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны

Доказать:

- 1) Прямые a и b лежат в одной плоскости.
- 2) Не пересекаются.



Задача №17.



Дано: M – середина BD

N – середина CD

Q – середина AC

P – середина AB

AD = 12 см; BC = 14 см

Найти: P_{MNQP} .

Ответ: 26 см.

Продолжение теории: часть 2,3

