

# **1. Простые проценты**

## ***1.1. Сущность процентных платежей***

Финансовое определение процента – плата, которую одно лицо (заемщик) передает другому лицу (кредитору) за то, что последний предоставляет первому во временное пользование денежные средства.

# **Процент и его основные формы:**

# ПРОЦЕНТ

**Плата** предпринимателя (заёмщика) за заёмный капитал:

денежную  
ссуду

денежный  
заём

арендованное  
имущество

банку

держателю  
облигации

арендодателю

ссудный  
процент

процент по  
облигации

арендная  
плата

**Доходы** кредиторов

# ПРОЦЕНТ

**КОМУ**

Ссудный процент ≡  
процентная ставка

Процентная ставка характеризует доходность кредитной сделки для кредитора и стоимость кредита для заёмщика. Она показывает, какая доля от суммы выданного кредита будет возвращена владельцу капитала в виде дохода.

Процентная ставка  
рассчитывается как  
отношение дохода,  
полученного за  
определенный период  
(чаще всего за год), к  
величине капитала,  
предоставляемого в

Величина процентной ставки определяется

отношением:

$$i = \frac{I}{P \cdot n} \quad (1.1)$$

где  $i$  – процентная ставка, выраженная в долях единицы (десятичной дробью);

$I$  – величина дохода владельца капитала;

$P$  – сумма капитала, предоставляемого в кредит;

## **Пример 1.1.**

Фирма приобрела в банке вексель, по которому через год должна получить **66,0 тыс.руб.** (номинальная стоимость векселя). В момент приобретения цена векселя составила **60 тыс. руб.** *Определить доходность этой сделки, т.е. размер процентной ставки.*

*Решение:*

По условию задачи  
первоначальная сумма  
капитала, предоставляемого в  
кредит,  **$P=60,0$  тыс.руб.**,

номинальная сумма векселя  
 **$S=66$  тыс.руб.**,

доход векселя

**$I=66-60=6$  тыс.руб.**

***Отсюда:***

$$i = \frac{6,0}{60,0 \cdot 1} = 0,1(10,0\%)$$

Таким образом, на каждые вложенные в вексель 1000 руб. фирма получит доход в размере 100,0 руб.

## Пример 1.2.

Коммерческий банк приобрёл на **2,0 млн.руб.** гос. облигаций со сроком погашения через 6 месяцев. По истечении указанного срока банк рассчитывает получить по облигациям **2140 тыс.руб.**

***Определить доходность ГКО.***

*Решение:*

$$I = 2140 - 2000 = 140 \text{ тыс. руб.}$$

$$i = \frac{140}{2000 \cdot 0,5} = 0,14(14,0\%)$$

Используя выражение для расчёта процентной ставки, мы можем записать, что величина дохода определяется по формулам:

$$I = P \cdot n \cdot i \quad (1.2)$$

(Здесь процентная ставка выражена в процентах)

$$I = P \cdot n \cdot \frac{i}{100} \quad (1.3)$$

Величину  $I$  часто называют процентным доходом, а иногда просто *процентами*.

В практике используются различные методы начисления процентов. Основное их различие сводится к определению *исходной суммы* (базы), на которую начисляются проценты.

Эта сумма может оставаться постоянной в течение всего периода или меняться; в зависимости от этого различают следующие методы начисления процентов:

• *по простым процентным ставкам;*

• *по сложным процентным ставкам;*

**Сущность метода  
начисления по простым  
процентным ставкам**  
сводится к тому, что проценты  
начисляются в течение всего  
срока кредита на одну и ту же  
величину капитала,  
предоставляемого в кредит.

**Метод начисления *по сложным процентным ставкам*: в первом периоде начисление производится на первоначальную сумму кредита, затем она суммируется с начисленными процентами и в каждом последующем периоде проценты начисляются на уже наращённую сумму.**

Таким образом, база для начисления процентов постоянно меняется. Иногда этот метод называют *«процент на процент»*.

Другое различие методов начисления процентов: процентная ставка может быть фиксированной или переменной. Так, например, в контракте может быть определена процентная ставка на первый год в одном размере, а на последующие годы предусмотрен ее рост (снижение) на определенную величину.

Кроме того, могут применяться «плавающие» ставки, величина которых «привязывается» к темпам инфляции или ставкам рефинансирования, объявляемым Центральным банком.

## ***1.2. Вычисление***

***наращённых сумм на***

***основе простых***

***процентных ставок***

Начисленные проценты могут выплачиваться кредитору или по мере их начисления в каждом периоде, или вместе с основной суммой долга по истечении срока контракта. В этом случае сумма, получаемая кредитором, называется наращённой суммой

Таким образом,  
наращенная сумма  
есть результат  
сложения суммы,  
предоставляемой в  
кредит, и начисленных  
процентов.

Формула определения  
наращенной суммы с  
использованием простых  
процентов (формула  
простых процентов)  
может быть записана в  
следующем виде:

$$S = P + I = P + P * n * i = P(1 + n * i)$$

**(1.4)**

где  $S$  — *наращённая сумма*;

Выражение  $(1 + n * i)$   
называется множителем  
наращения простых  
процентов.

Пример 1.3.

Банк выдал районной администрации ссуду в размере 4,0 млн руб. сроком на 2 года по ставке простых процентов, равной 11% годовых.

*Определить проценты и сумму накопленного долга (наращённую сумму).*

Решение:

По условию:

$P = 4,0$  млн;  $i = 0,11$ ;  $n = 2$  года;

$I = 4,0 * 2 * 0,11 = 0,88$  млн руб.;

$S = 4,0 + 0,88 = 4,88$  млн руб.

или по формуле (1.4)

$S = 4 * (1 + 2 * 0,11) = 4,88$  млн руб.

**Три метода  
начисления  
процентов в  
зависимости от  
выбранного периода  
(нецелое число  
периодов)**

При использовании простых процентов, когда срок финансовой сделки не равен целому числу лет, периоды начисления процентов выражают дробным числом как отношение числа *дней функционирования сделки* к числу *дней в году*:  $n = \frac{t}{K}$

где  $t$  — число дней  
функционирования сделки  
(число дней, на которое  
предоставили кредит);  
 **$K$** — **временная база (число  
дней в году).**

$$S = P + I = P + P * n * i = P(1 + n * i) \quad (1.4)$$

В этом случае формула (1.4) примет вид:

$$S = P + I = P \left( 1 + \frac{t}{K} i \right) \quad (1.5)$$

В ряде стран используется «английская практика», считается продолжительность года  $K=365(366)$  дней, а продолжительность месяцев — в днях, соответствует календарному исчислению, как и при использовании «французской практики», т.е. 28, 29, 30 и 31 день.

Существует «*французская практика*», когда продолжительность года принимается равной  $K=360$  дней, а продолжительность месяцев в днях *соответствует календарному исчислению*

Такой метод начисления процентов называют также *обыкновенными процентами с точным числом дней ссуды.*

В ряде стран для удобства вычислений год делится на *12 месяцев, по 30 дней* в каждом, т.е. продолжительность года (**К**) принимается *равной 360 дням*. Это так называемая «германская практика»

Проценты, рассчитанные с временной базой  $K = 360$  дней и приближенным числом дней в месяце (30 дней), называются *обыкновенными, или коммерческими*

В этой связи различают три метода процентных расчетов, которые зависят от выбранного периода начисления.

**1. Точные проценты с точным числом дней вклада (ссуды) («английская практика»).** При этом методе определяется фактическое число дней (*t*) между двумя датами (датой получения и погашения кредита), продолжительность года принимается равной  **$K=365$  (366) дней.**

Продолжительность месяцев в  
днях *соответствует*  
*календарному исчислению.*

В этом случае применяется  
обозначение **365/365**. или  
АСТ/АСТ

**«Английская практика»** даёт наиболее точные результаты, применяется банками многих стран, например Великобритании, США и другие.

**2. Обыкновенные проценты с точным числом дней вклада (ссуды) («французская практика»); продолжительность года принимается равной  $K=360$  дней, а продолжительность месяцев в днях соответствует календарному.**

**В этом случае применяется обозначение  $365/360$ .**

Этот метод ещё называют банковским, распространён в ссудных банковских операциях, поскольку даёт БОльший результат, чем предыдущий. Применяется банками Франции, Бельгии, Швейцарии.

**3. Обыкновенные проценты с приближенным числом дней ссуды («германская практика»);** величина  **$t$**  определяется количеством месяцев по  **$30$  дней** в каждом, начиная с момента выдачи ссуды и до момента её погашения и **ТОЧНЫМ ЧИСЛОМ ДНЕЙ ССУДЫ В НЕПОЛНОМ МЕСЯЦЕ**; продолжительность года  **$K=360$  дней**. В этом случае применяется обозначение  **$360/360$** .

Этот метод применяется когда не требуется большая точность, например, при промежуточных расчетах.

Применяется банками Германии, Швеции, Дании.

**Дата выдачи и погашения  
ссуды всегда считаются  
за 1 день.**

### Пример 1.4.

Банк выдал кредит **18 января** в размере 500,0 тыс. руб. Срок возврата кредита — **3 марта**; процентная ставка — 12,0% годовых; год невисокосный.

*Определить сумму долга, подлежащую возврату.*

***Рассчитаем её тремя методами***

## Решение

Точное число дней ссуды

определим по табл. 1

*(Приложение 1 «Порядковые номера дней в году»):*

$$62 - 18 = 44 \text{ дня.}$$

**Порядковые номера дней в году**

День меся- ца	я	ф	м	а	м	и	и	а	с	о	н	д
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	32	60	91	121	152	182	213	244	274	305	335
2	2	33	61	92	122	153	183	214	245	275	306	336
3	3	34	62	93	123	154	184	215	246	276	307	337
4	4	35	63	94	124	155	185	216	247	277	308	338
5	5	36	64	95	125	156	186	217	248	278	309	339
6	6	37	65	96	126	157	187	218	249	279	310	340
7	7	38	66	97	127	158	188	219	250	280	311	341
8	8	39	67	98	128	159	189	220	251	281	312	342
9	9	40	68	99	129	160	190	221	252	282	313	343
10	10	41	69	100	130	161	191	222	253	283	314	344
11	11	42	70	101	131	162	192	223	254	284	315	345
12	12	43	71	102	132	163	193	224	255	285	316	346
13	13	44	72	103	133	164	194	225	256	286	317	347
14	14	45	73	104	134	165	195	226	257	287	318	348
15	15	46	74	105	135	166	196	227	258	288	319	349
16	16	47	75	106	136	167	197	228	259	289	320	350
17	17	48	76	107	137	168	198	229	260	290	321	351
18	18	49	77	108	138	169	199	230	261	291	322	352
19	19	50	78	109	139	170	200	231	262	292	323	353
20	20	51	79	110	140	171	201	232	263	293	324	354
21	21	52	80	111	141	172	202	233	264	294	325	355
22	22	53	81	112	142	173	203	234	265	295	326	356
23	23	54	82	113	143	174	204	235	266	296	327	357
24	24	55	83	114	144	175	205	236	267	297	328	358
25	25	56	84	115	145	176	206	237	268	298	329	359
26	26	57	85	116	146	177	207	238	269	299	330	360
27	27	58	86	117	147	178	208	239	270	300	331	361
28	28	59	87	118	148	179	209	240	271	301	332	362
29	29		88	119	149	180	210	241	272	302	333	363
30	30		89	120	150	181	211	242	273	303	334	364
31	31		90		151		212	243		304		365

Такой же результат мы получим,  
рассчитывая число дней по  
календарю;

С **18.01 по 31.01**

***включительно*** — 14 дней;

февраль — 28 дней;

март — 3 дня;

итого — 45 дней;

**$t = 45 - 1 = 44$  дня.**

# Приближенное число дней

ссуды (продолжительность каждого месяца принимается за 30 дней):

январь — ~~13~~ дней; (14 дней!)

февраль — 30 дней;

март — 3 дня;

всего — ~~46~~ дней; (47 дней)

~~$t = 46 - 1 = 45$~~  дней. (46 дней)

Варианты расчета  
наращенной суммы:

**1)** по точным процентам с  
ТОЧНЫМ ЧИСЛОМ ДНЕЙ ССУДЫ

*(англ):*

$$S = 500 \left( 1 + \frac{44}{365} 0,12 \right) = 507,23 \text{ тыс. руб.}$$

**2)** по обыкновенным  
процентам с точным числом  
дней ссуды (*французская  
практика*) :

$$S = 500 \left( 1 + \frac{44}{360} 0,12 \right) = 507,33 \text{ тыс. руб.}$$

**3)** по обыкновенным  
процентам с приближенным  
числом дней ссуды:  
(германская):

$$S = 500 \left( 1 + \frac{45}{360} 0,12 \right) = 507,50 \text{ тыс. руб.}$$

$$S = 500 \left( 1 + \frac{46}{360} 0,12 \right) = 507,67 \text{ тыс. руб.}$$

Приведенный пример  
свидетельствует, что для  
кредиторов наиболее  
предпочтительным является  
третий вариант начисления  
процентов.

### Ещё пример:

3000 евро помещена в банк под  $i=12\%$  на срок с 18 марта 2016 года по 20 октября 2016 года. Определить наращенную сумму в каждой из практик начисления процентов.

### **Английская:**

$$3000 * (1 + (216/366) * 0,12) = 3212,45$$

### **Французская:**

$$3000 * (1 + (216/360) * 0,12) = 3216$$

### **Немецкая:**

$$3000 * (1 + (212/360) * 0,12) = 3212$$

Между величинами  
процентного дохода,  
рассчитанными с  
использованием различной  
временной базы ( $I_{360}$  и  $I_{365}$ ) при  
равном числе дней ссуды ( $t$ )  
*(англ. и франц. практики)*  
существуют следующие  
соотношения:

$$\frac{I_{365}}{I_{360}} = \frac{360}{365} = 0,9863$$

**И**

$$\frac{I_{360}}{I_{365}} = \frac{365}{360} = 1,01388$$

**(1.6)**

Данные соотношения  
характеризуют  
зависимость *величины*  
*процентного дохода* от  
*выбранной временной*  
*базы.*

Применительно к примеру 1.4 (2)

$$S = 500 \left( 1 + \frac{44}{360} 0,12 \right) = 507,33 \text{ тыс. руб.}$$

$$I_{360} = 507,33 - 500 = 7,33 \text{ тыс. руб}$$

$$I_{365} = 507,23 - 500 = 7,23 \text{ тыс. руб}$$

$$\frac{I_{365}}{I_{360}} = \frac{7,23}{7,33} = 0,9863$$

$$\frac{I_{360}}{I_{365}} = \frac{7,33}{7,23} = 1,01388$$

Эти соотношения также могут  
быть использованы при  
определении **эквивалентных**  
**процентных ставок, т.е.**  
**ставок, приносящих**  
**одинаковые процентные**  
**доходы при различных**  
**временных базах, но равных**  
**первоначальных капиталах:**

$$i_{360} = 0,9863 * i_{365}$$

*(1.7)*

$$i_{365} = 1,01388 * i_{360}$$

Пример 1.5.

При выдаче ссуды *500,0 тыс. руб.* на *15 дней* по ставке *12%* годовых, при *K=360* дней, наращённая сумма и процентный доход соответственно составят:

$$S = 500 \left( 1 + \frac{15}{360} 0,12 \right) = 502,5 \text{ тыс. руб.};$$

$$I = 2,5 \text{ тыс. руб}$$

Определить величину  
процентной ставки,  
обеспечивающей такой же  
процентный доход при  
временной базе  $K = 365$  дней

*Решение:*

$$i_{365} = 1,01388 * 0,12 = 0,1216656$$

Проверим это вычисление:

$$S = 500 \left( 1 + \frac{15}{365} 0,1216656 \right) = 502,5 \text{ тыс. руб.}$$

***1.2. Вычисление наращённых сумм на  
основе простых процентных ставок***

***1.2. 1. Вычисление наращённых  
сумм на основе переменных  
простых процентных ставок***

Как указывалось ранее, при заключении кредитного соглашения может быть установлена *постоянная* на весь период процентная ставка или *изменяющаяся* (*переменная*) процентная ставка.

Как указывалось ранее, при заключении кредитного соглашения может быть установлена *постоянная* на весь период процентная ставка или *изменяющаяся* (*переменная*) процентная ставка.

При установлении переменной процентной ставки, т.е. дискретно изменяющейся во времени ставки, наращённая сумма определяется по формуле

$$\begin{aligned} S &= P(1 + n_1 \cdot i_1 + n_2 \cdot i_2 + \dots + n_t \cdot i_t) = \\ &= P \left( 1 + \sum_1^m n_t \cdot i_t \right) \end{aligned} \quad (1.8)$$

Где

$i_t$  — ставка простых  
процентов в периоде  $t$ ;

$n_t$  — продолжительность  
начисления ставки  $i_t$ ;

$m$  — число периодов  
начисления процентов.

## Пример 1.6.

Банк предлагает вкладчикам следующие условия по срочному *годовому* депозиту: в первое полугодие процентная ставка **12,0%** годовых, каждый *следующий квартал ставка* *возрастает на 0,5%*, Проценты начисляются *только на первоначально внесенную сумму вклада.*

Определить наращённую за год сумму, если вкладчик поместил в банк на этих условиях **400,0 тыс. руб.**

*Решение:*

$$\begin{aligned} S &= \\ &400(1 + 0,5 \cdot 0,12 + 0,25 \cdot 0,125 + 0,25 \cdot 0,13) \\ &= 449,5 \text{ тыс. руб} \end{aligned}$$

### Пример 1.7

Клиент поместил в банк 500 тыс.руб. Какова будет наращённая за **3 месяца** сумма вклада, если за 1-й месяц начисляются 15% годовых, а каждый последующий процентная ставка возрастает на 1,5%?

$$S = P(1 + n_1 \cdot i_1 + n_2 \cdot i_2 + \dots + n_t \cdot i_t)$$

$$n = \frac{t}{360}$$

Решение:

$S =$

$$500 \left( 1 + \frac{30}{360} \cdot 0,15 + \frac{30}{360} \cdot 0,165 + \frac{30}{360} \cdot 0,18 \right)$$

$$= 520,625 \text{ тыс.руб}$$

$$\frac{I_{365}}{I_{360}} = \frac{360}{365} = 0,9863$$

**И**

$$\frac{I_{360}}{I_{365}} = \frac{365}{360} = 1,01388$$

**(1.6)**

$$i_{360} = 0,9863 * i_{365}$$

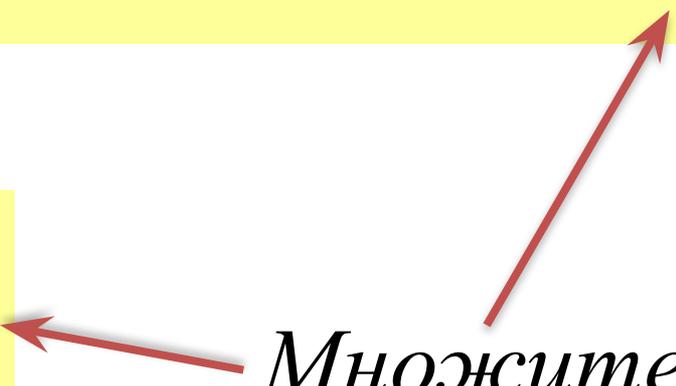
*(1.7)*

$$i_{365} = 1,01388 * i_{360}$$

$$S = P + I = P + P * n * i = P (1 + n * i)$$

$$S = P \cdot \frac{1}{1 - n \cdot d}$$

Множитель  
наращения



Π