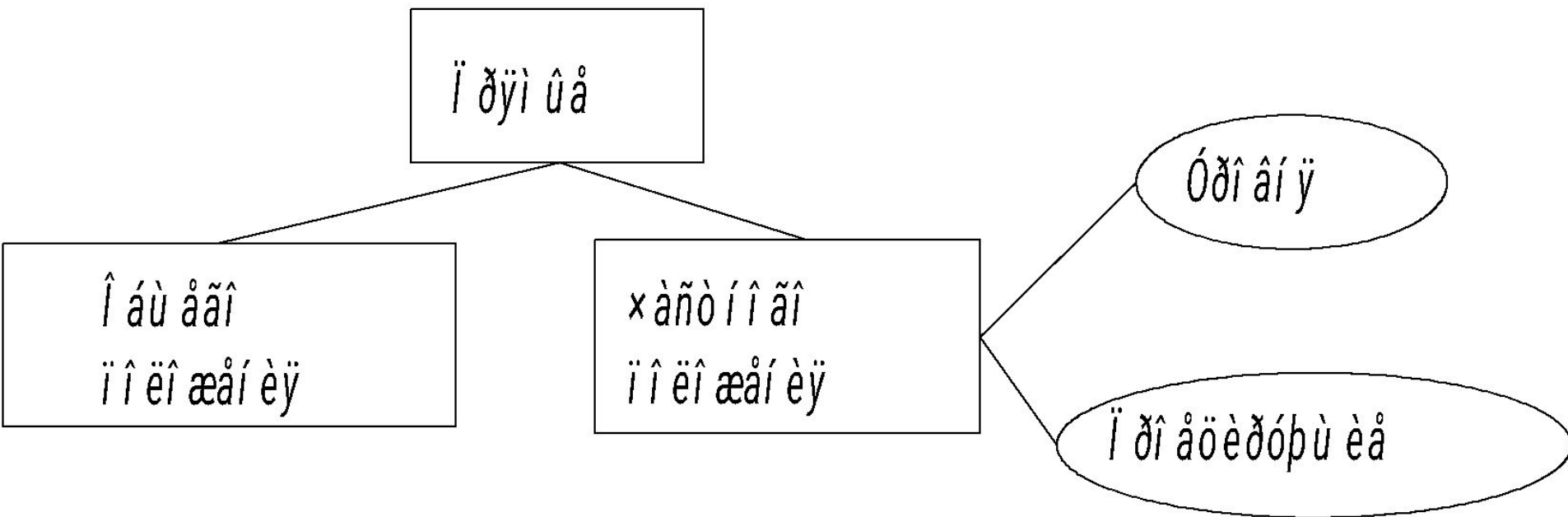


Лекция 2

Комплексный чертеж прямой,
кривой линии

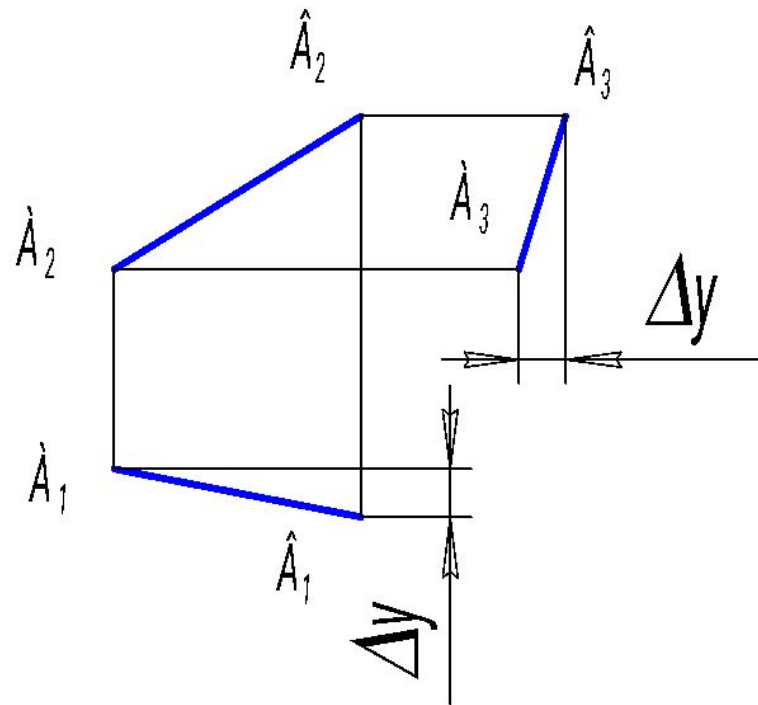
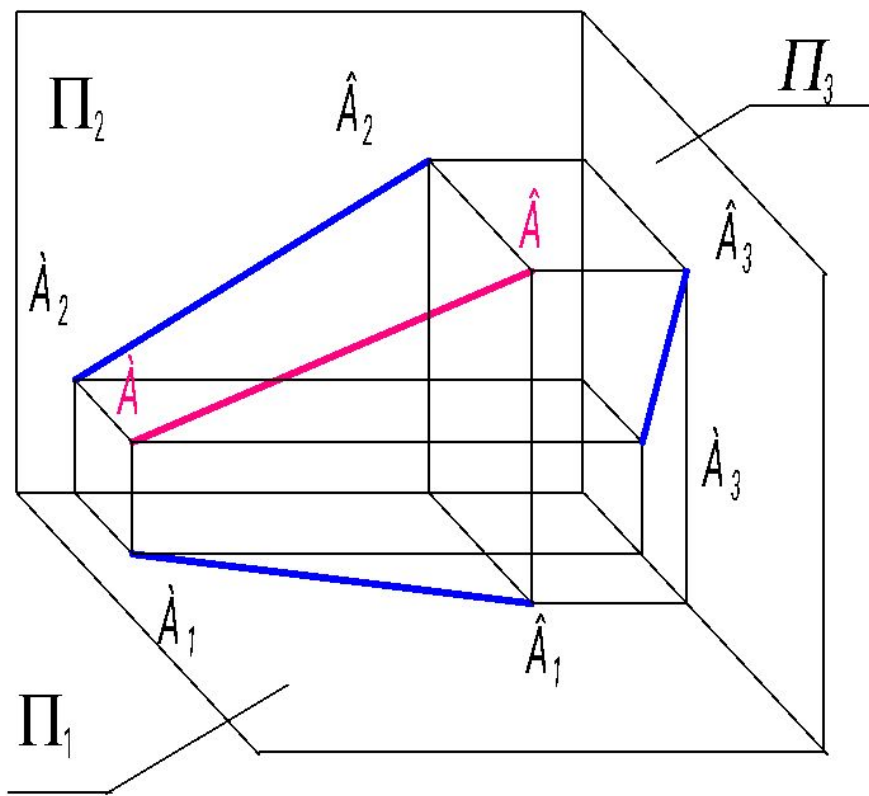
Задание прямой на комплексном чертеже

Прямая в пространстве может занимать общее и частное положение.



Прямые общего положения

Прямая (отрезок), не параллельная и не перпендикулярная ни к одной из плоскостей проекций, называется прямой общего положения

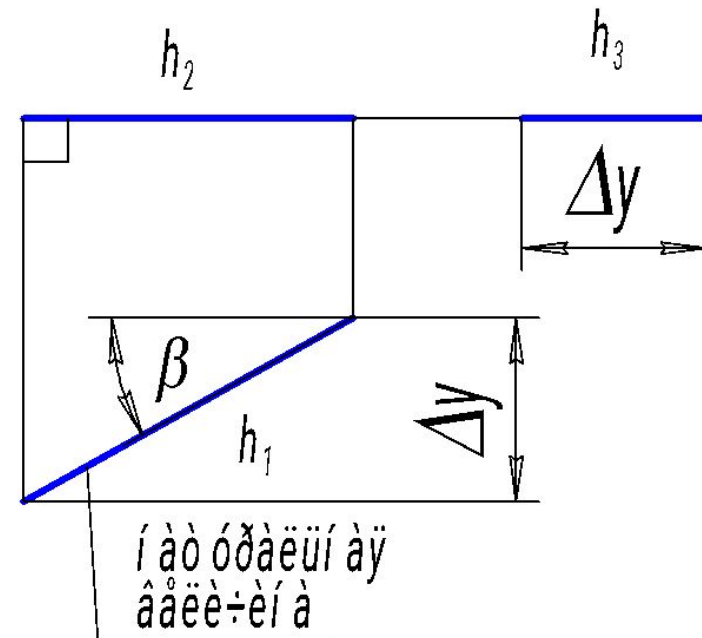
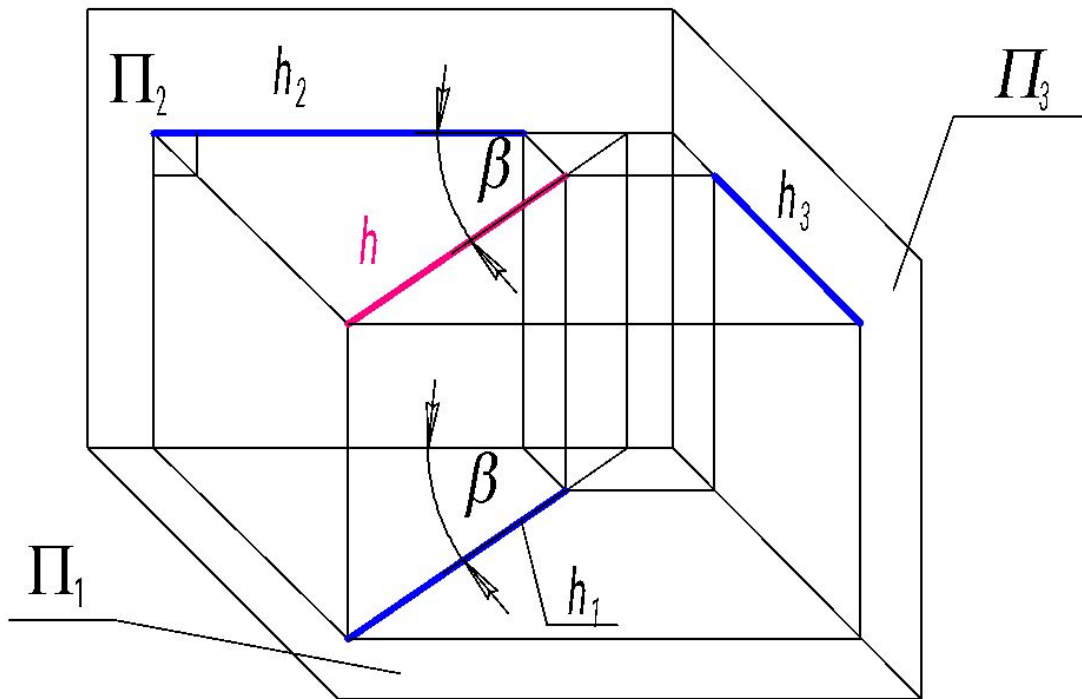


Прямые уровня

Прямые, параллельные какой-либо плоскости проекций, называются прямыми уровня.

Существует три линии уровня: h, f, p

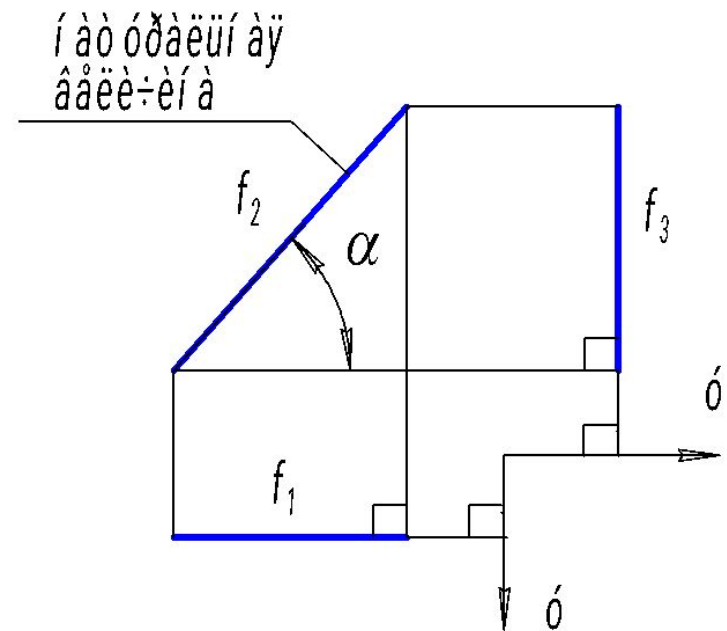
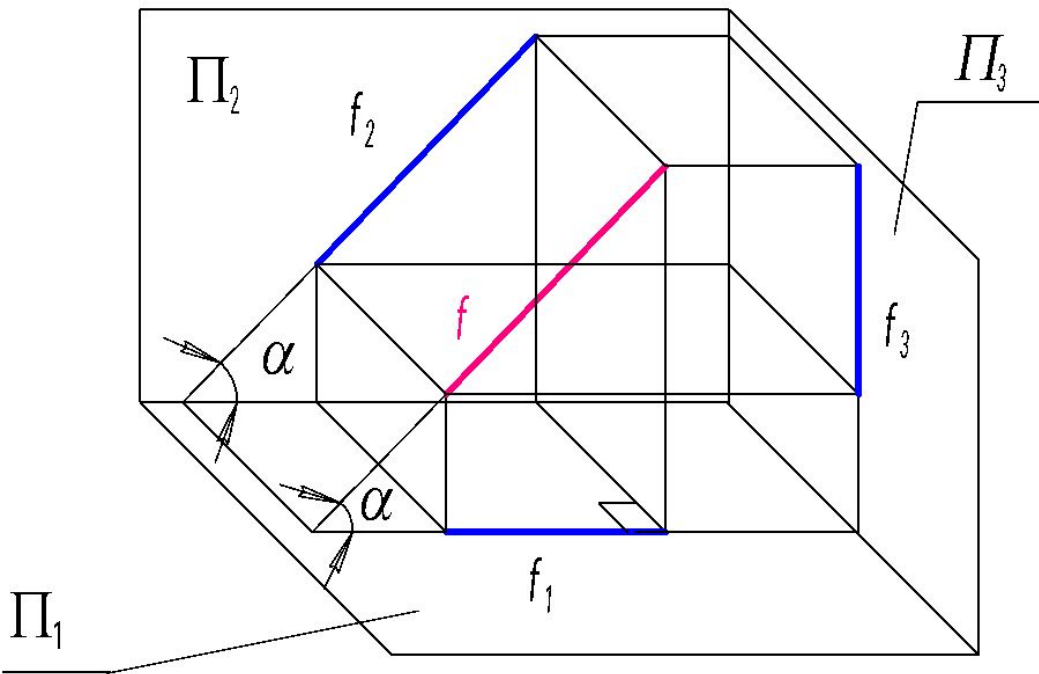
Горизонталь: $h (h_1, h_2, h_3) \parallel \Pi_3$



У горизонтали $|h| = |h_1|$, а угол наклона к Π_2 - β проецируется без искажения..

Фронталь

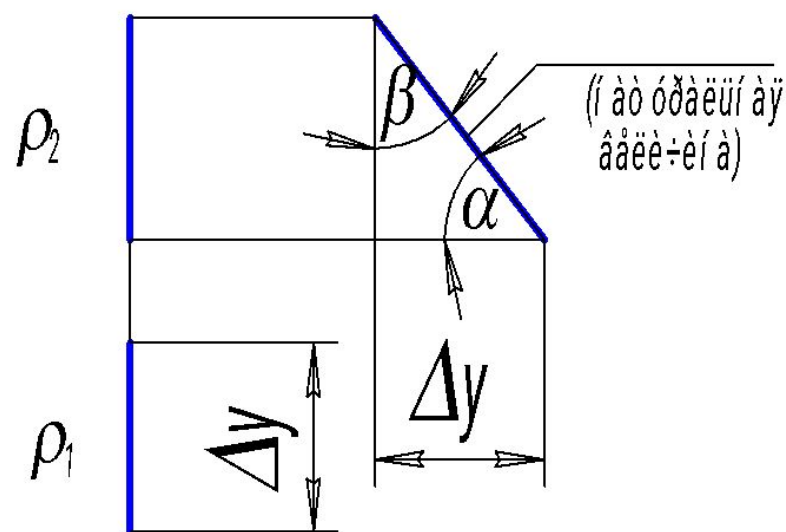
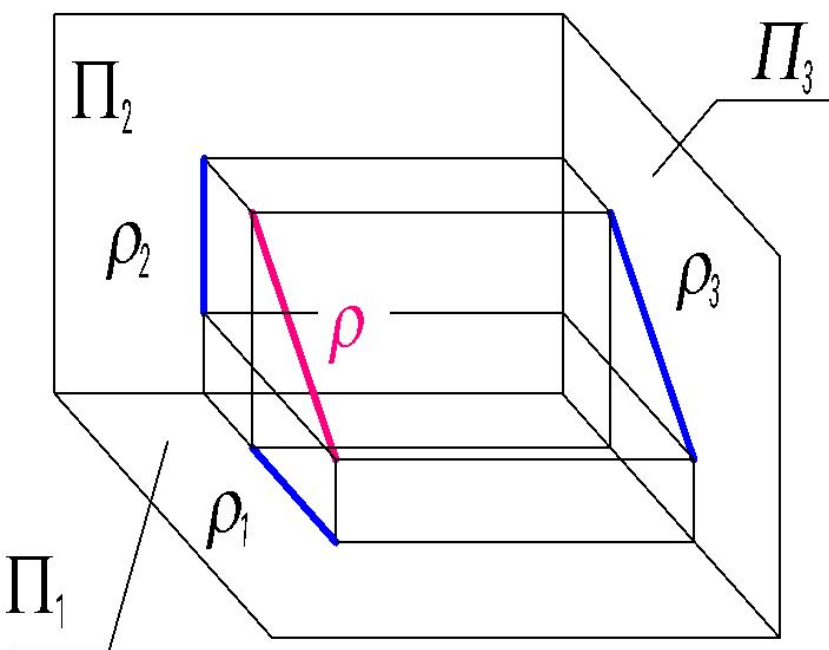
$$f(f_1, f_2, f_3) \parallel \Pi_2$$



У фронтали $|f| = |f_2|$, а угол наклона к Π_1 - α проецируется без искажения.

Профильная прямая

$$\rho (\rho_1, \rho_2, \rho_3) \parallel \Pi_3$$

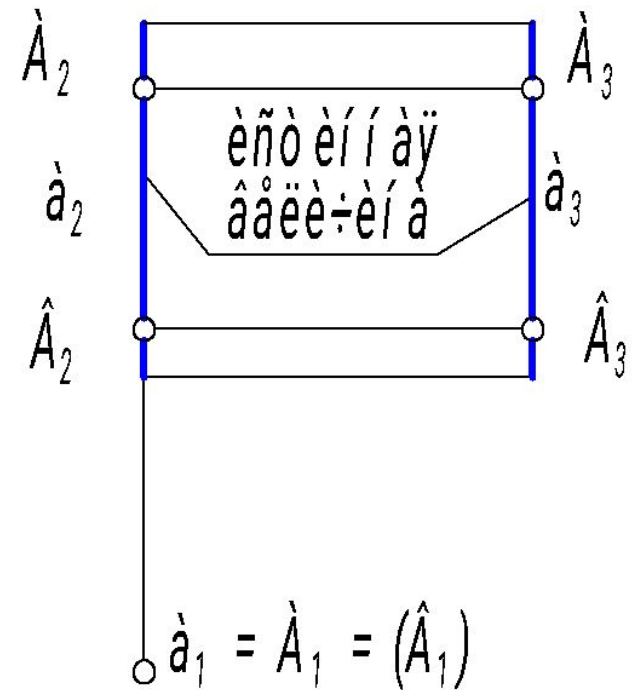
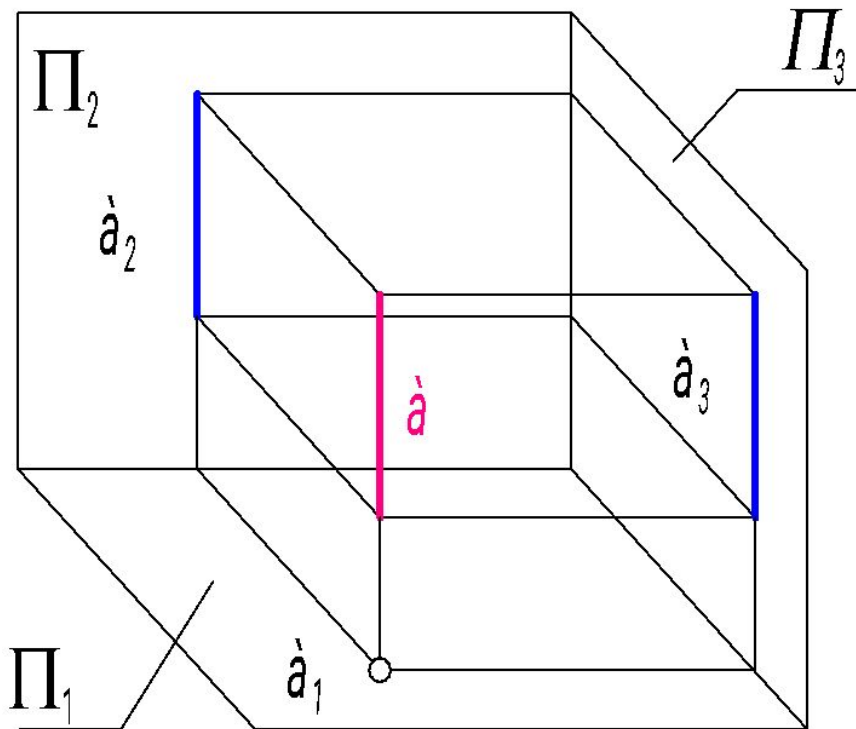


$|\rho| = |\rho_3|$ - натуральная (истинная) величина

Углы наклона профильной прямой к Π_1 и Π_2 проецируются на Π_3 без искажения.

Проецирующие прямые

Прямые, перпендикулярные какой - либо плоскости проекций, называются проецирующими прямыми.



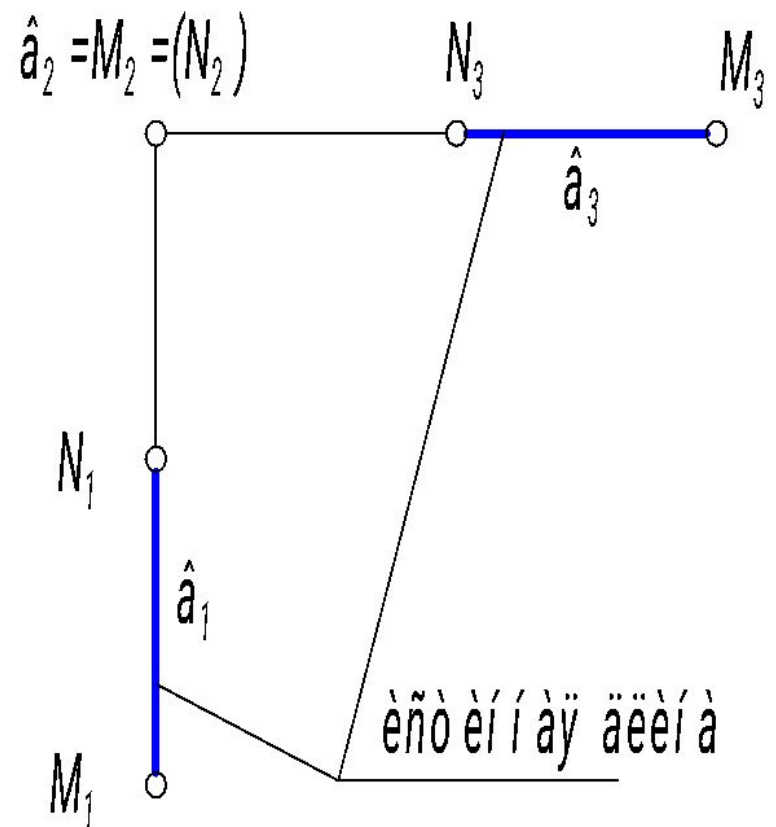
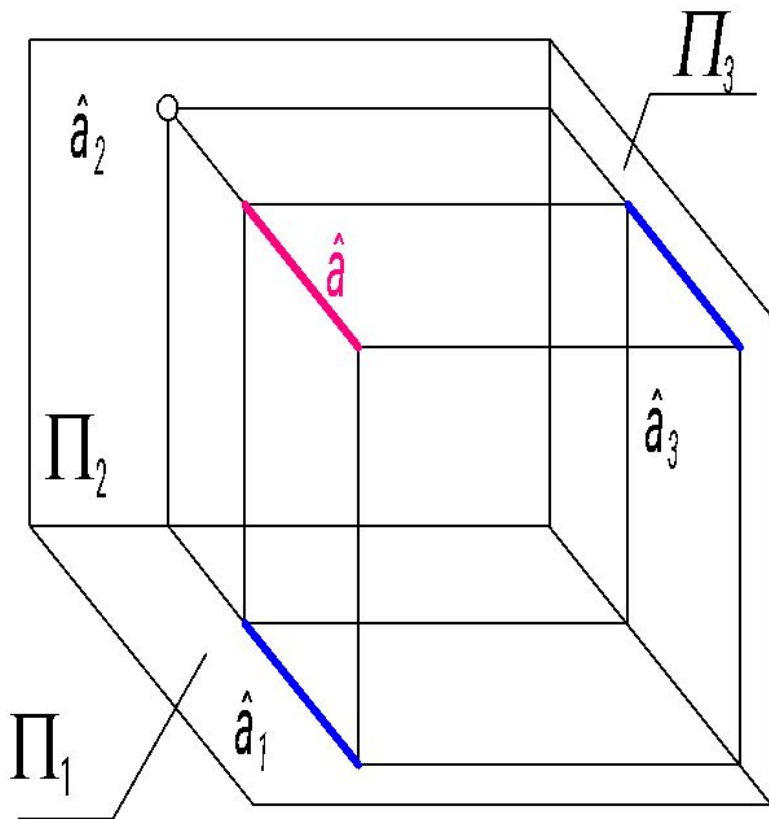
Графический признак горизонтально проецирующей прямой - ее горизонтальная проекция есть точка, она называется главной проекцией

Геометрическая фигура называется проецирующей, если одна из ее проекций есть геометрическая фигура на единицу меньшего измерения, она называется главной проекцией и обладает собирательными свойствами.

- a_1 - главная проекция, которая обладает "собирательными" свойствами. Любая точка, взятая на этой прямой совпадет с ее горизонтальной проекцией $\Rightarrow a_1 = A_1 = B_1$
- Точки A и B - горизонтально конкурирующие.

Фронтально проецирующая прямая

$$v(v_1, v_2, v_3) \perp \Pi_2 \quad (v \parallel \Pi_1 \text{ и } \Pi_3)$$

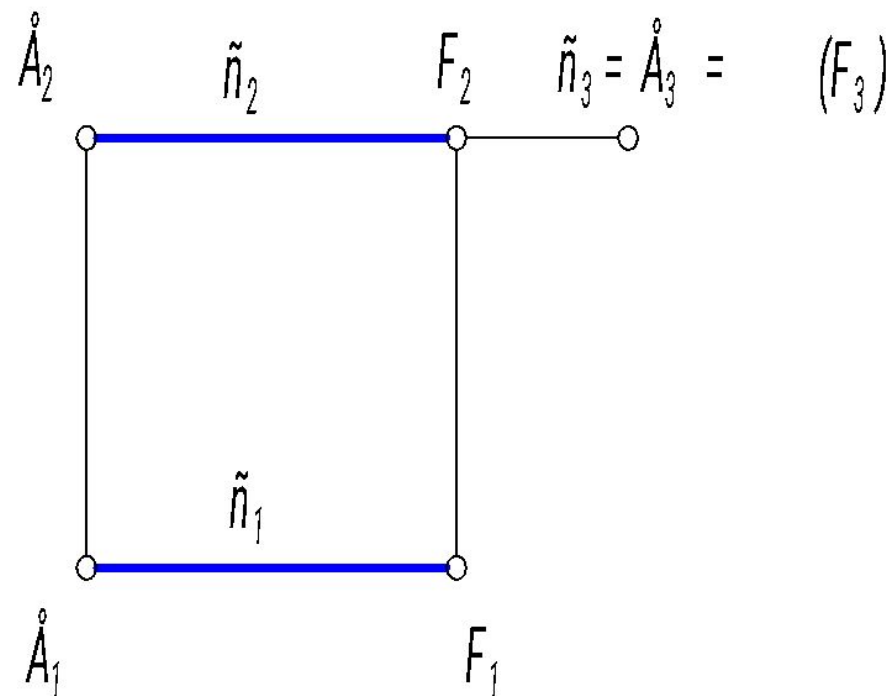
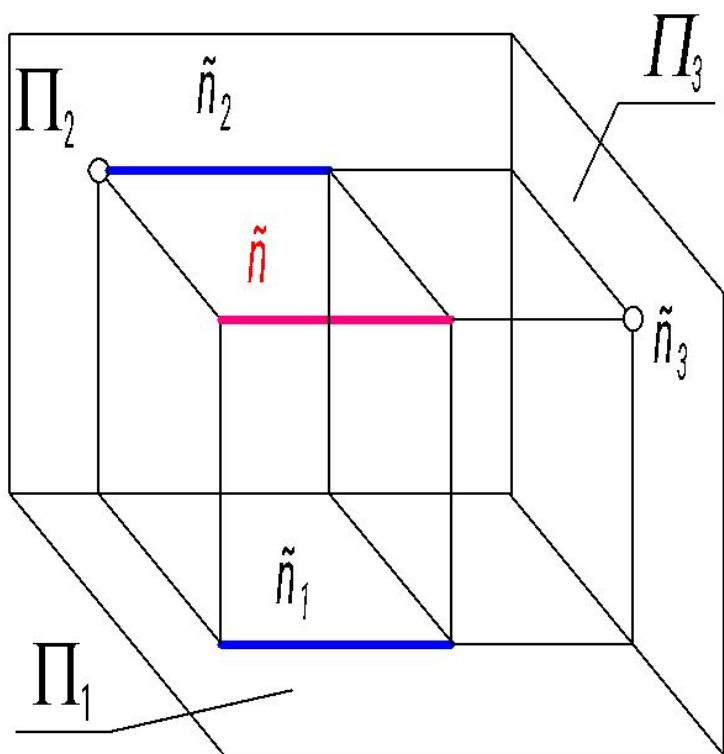


Графический признак фронтально проецирующей прямой, ее фронтальная проекция есть точка, она называется главной проекцией

- v_2 - главная проекция, которая обладает "собирательными" свойствами. Любая точка, взятая на этой прямой совпадет с ее фронтальной проекцией $\Rightarrow v_2 = M_2 = N_2$
- Точки M и N - фронтально конкурирующие.

Профильно проецирующая прямая

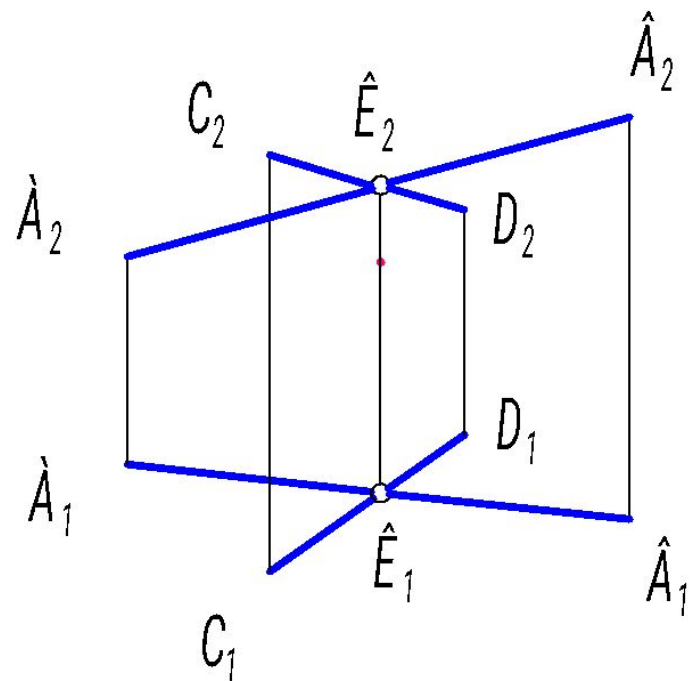
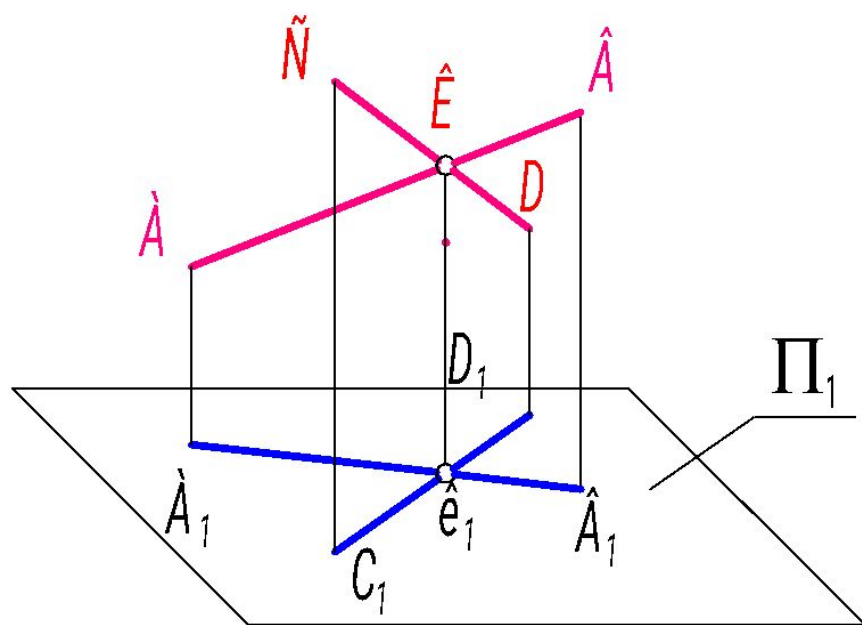
$$c(c_1, c_2, c_3) \perp \Pi_3 (c \parallel \Pi_1 \text{ и } \Pi_2)$$



Графический признак профильно проецирующей прямой: ее профильная проекция есть точка, она называется главной проекцией.

- c_3 - главная проекция, которая обладает "собирательными" свойствами. Любая точка, взятая на этой прямой совпадет с ее профильной проекцией $\Rightarrow c_3 = E_3 = F_3$
- Отличительным признаком проецирующих прямых на комплексном чертеже является то, что одна из проекций прямой вырождается в точку.

Пресекающиеся прямые



Прямые называются пересекающимися, если они имеют единственную общую точку.

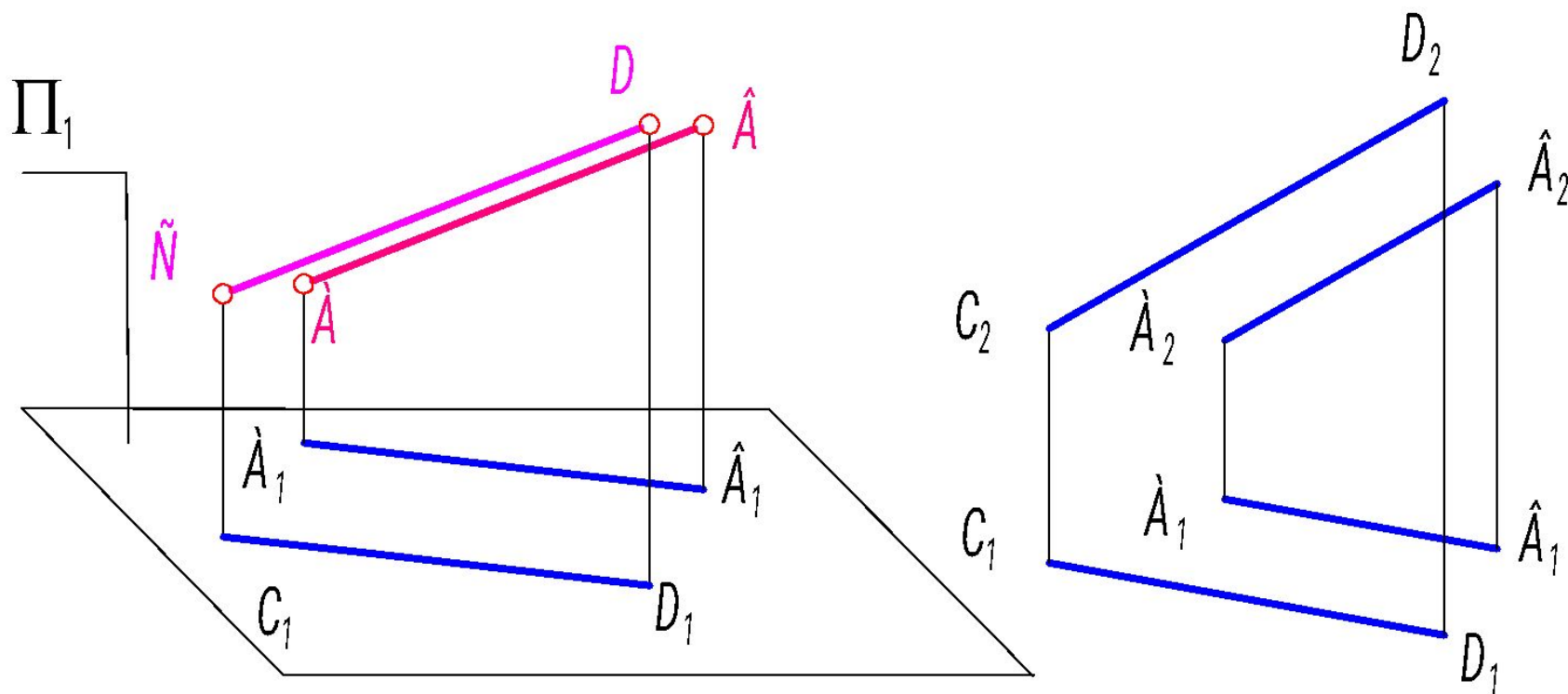
Они всегда лежат в одной плоскости.

- Если прямые пересекаются, то существует единственная точка пересечения: $a \cap b = K$.
- На основании свойства принадлежности: $a \cap b = K \Rightarrow a_1 \cap b_1 = K_1, a_2 \cap b_2 = K_2$
- Согласно свойству чертежа Монжа, обе проекции (K_1 и K_2) точки K лежат на одной линии связи данного установленного направления.
- **Графический признак $a \cap b$: точки пересечения одноименных проекций лежат на одной линии связи, установленного направления.**

Параллельные прямые

На основании свойства параллельности прямых ($a \parallel b$) -
одноименные проекции параллельных прямых параллельны:

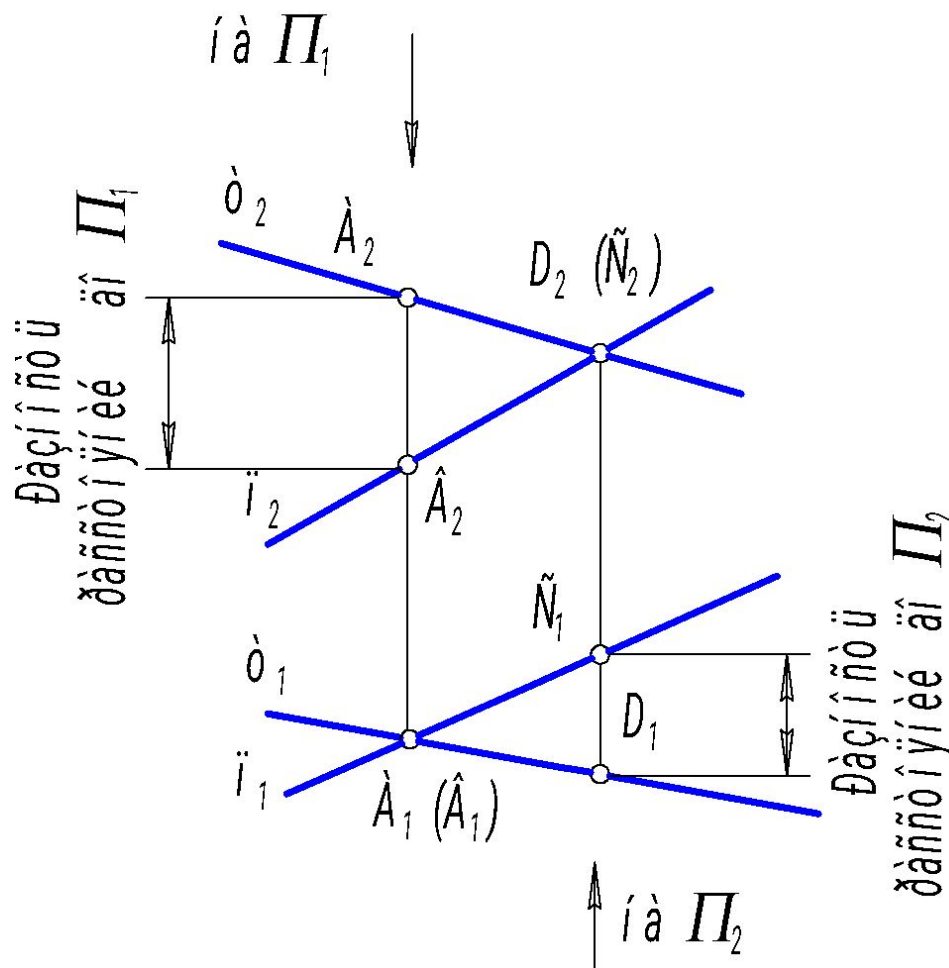
$$a \parallel b \Rightarrow a_1 \parallel b_1, a_2 \parallel b_2$$



Скрещивающиеся прямые

- Если прямые не параллельны и не пересекаются, то они называются скрещивающимися прямыми. Через скрещивающиеся прямые невозможно провести плоскость, т.к. если одна прямая будет принадлежать плоскости, то другая будет пересекать эту плоскость.

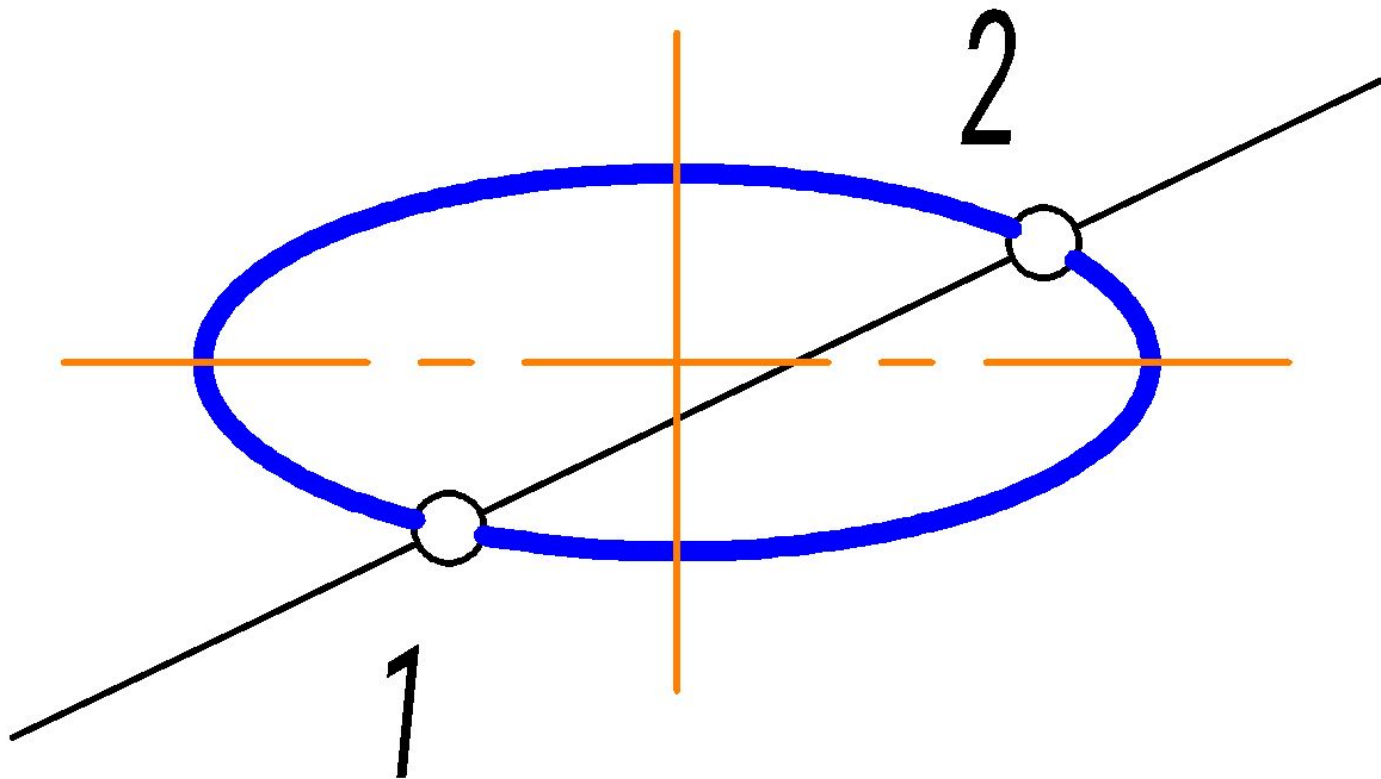
**Графический признак скрещивающихся прямых:
точки пересечения одноименных проекций прямых
никогда не находятся на одной линии связи.**



Комплексный чертеж кривых линий

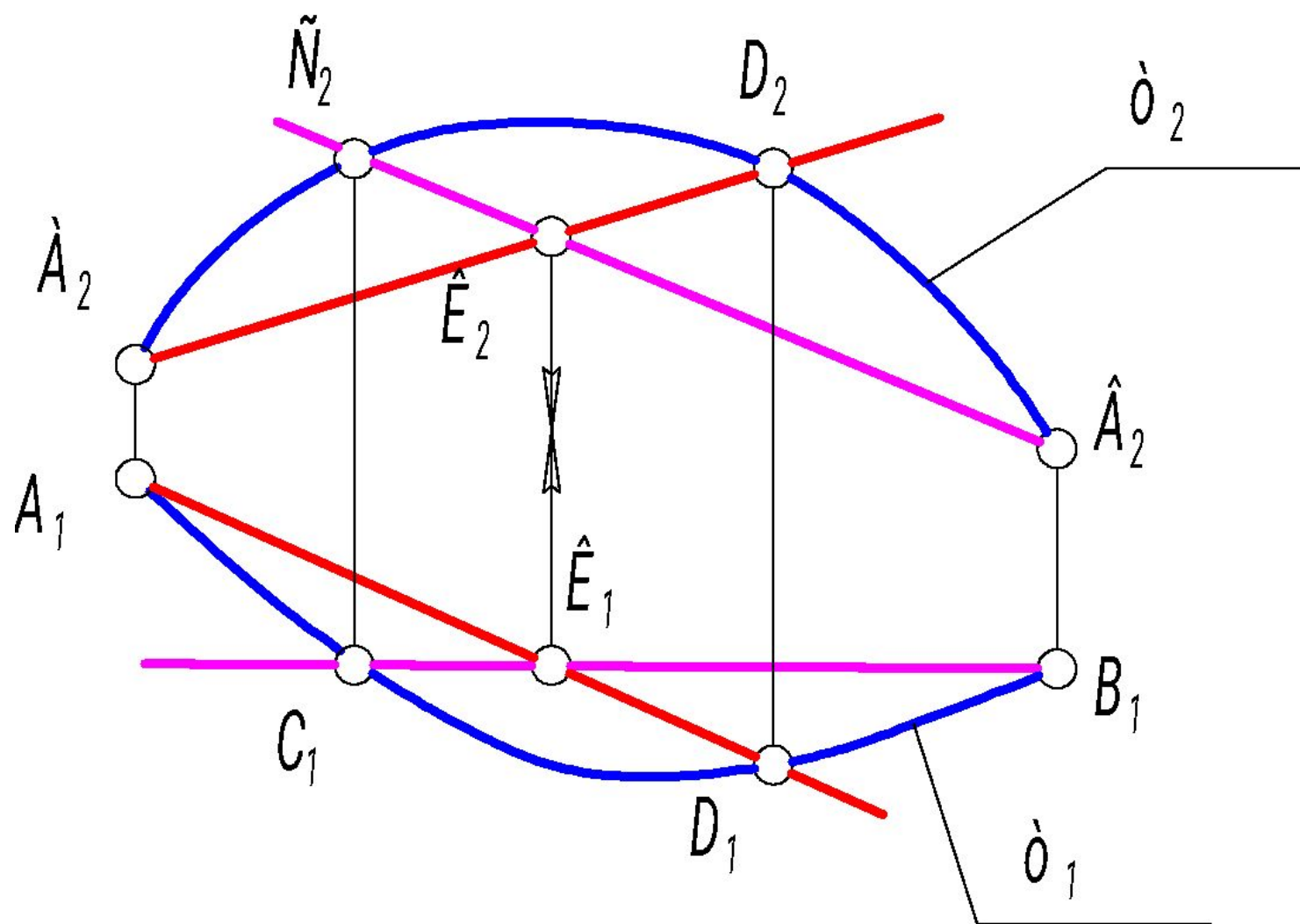
- Если все точки кривой расположены в одной плоскости, то такую кривую называют плоской кривой линией (например эллипс, окружность).
- Если все точки кривой невозможно совместить с одной плоскостью, то такую кривую называют **пространственной** (винтовая линия).
- Если существует математическое уравнение, описывающее движение точки, то кривую называют **закономерной**. Аналитически закономерные линии подразделяются на алгебраические и трансцендентные. Примером алгебраических кривых служат кривые второго порядка (эллипс, парабола, гиперболоа). К трансцендентным линиям относят графики тригонометрических функций (синусоида, косинусоида), эвольвента, циклоида.

Порядок алгебраической кривой равен степени ее уравнения или определяется графически, т.е. числом точек ее возможного пересечения с произвольной прямой.

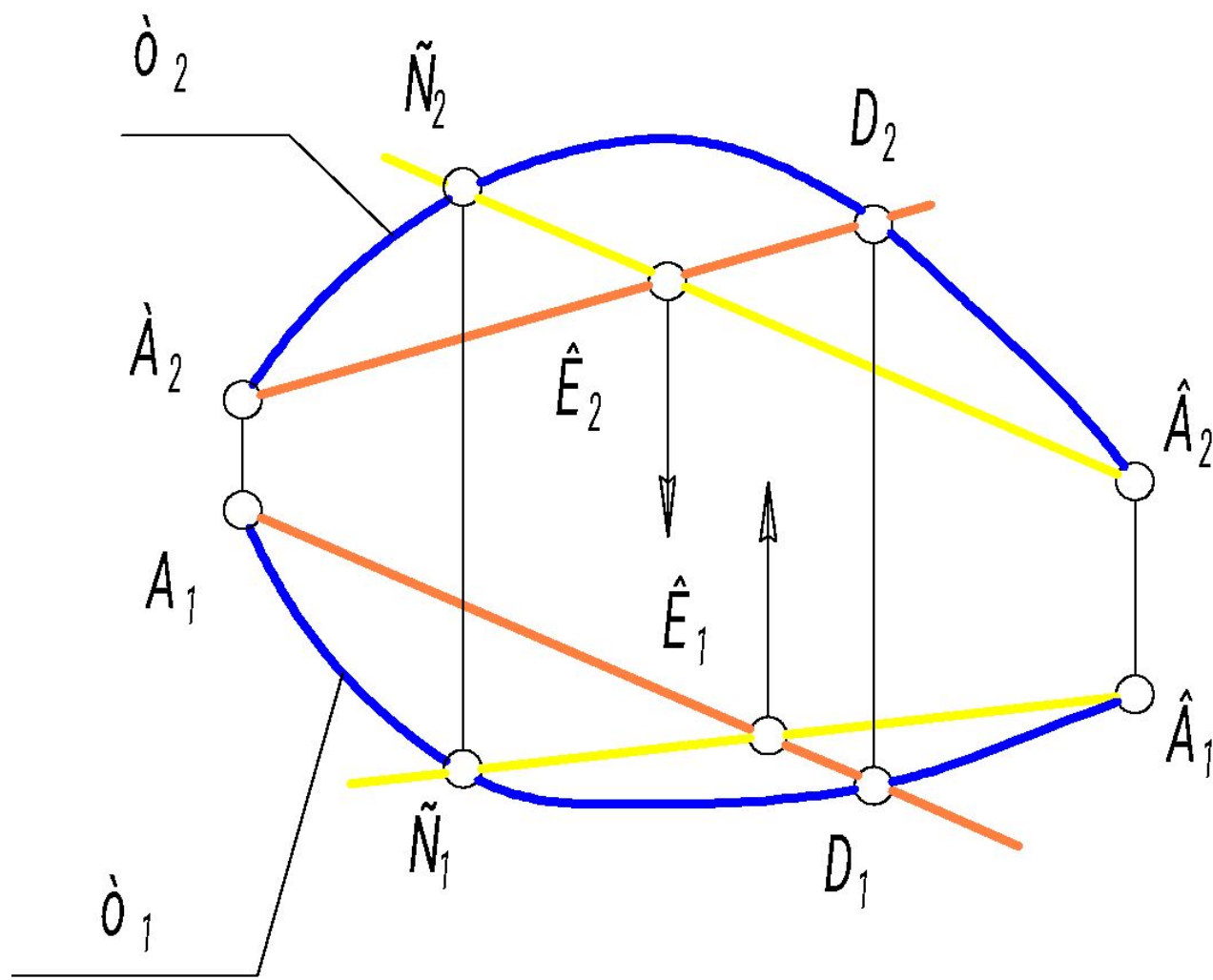


Метод хорд

- 1. Если хорды пересекаются (графически это видно на рис. 1-47, когда $K1$, $K2$ - точки пересечения проекций хорд лежат на одной линии связи), то через пересекающиеся прямые можно провести плоскость, а это значит, что они образуют плоскость, в которой лежит заданная кривая. Значит, кривая линия - плоская.



2. Хорды не пересекаются, а скрещиваются
(графически это видно на рис. 1-48, когда $K1, K2$ - точки пересечения проекций хорд не лежат на одной линии связи), значит кривая линия - пространственная.

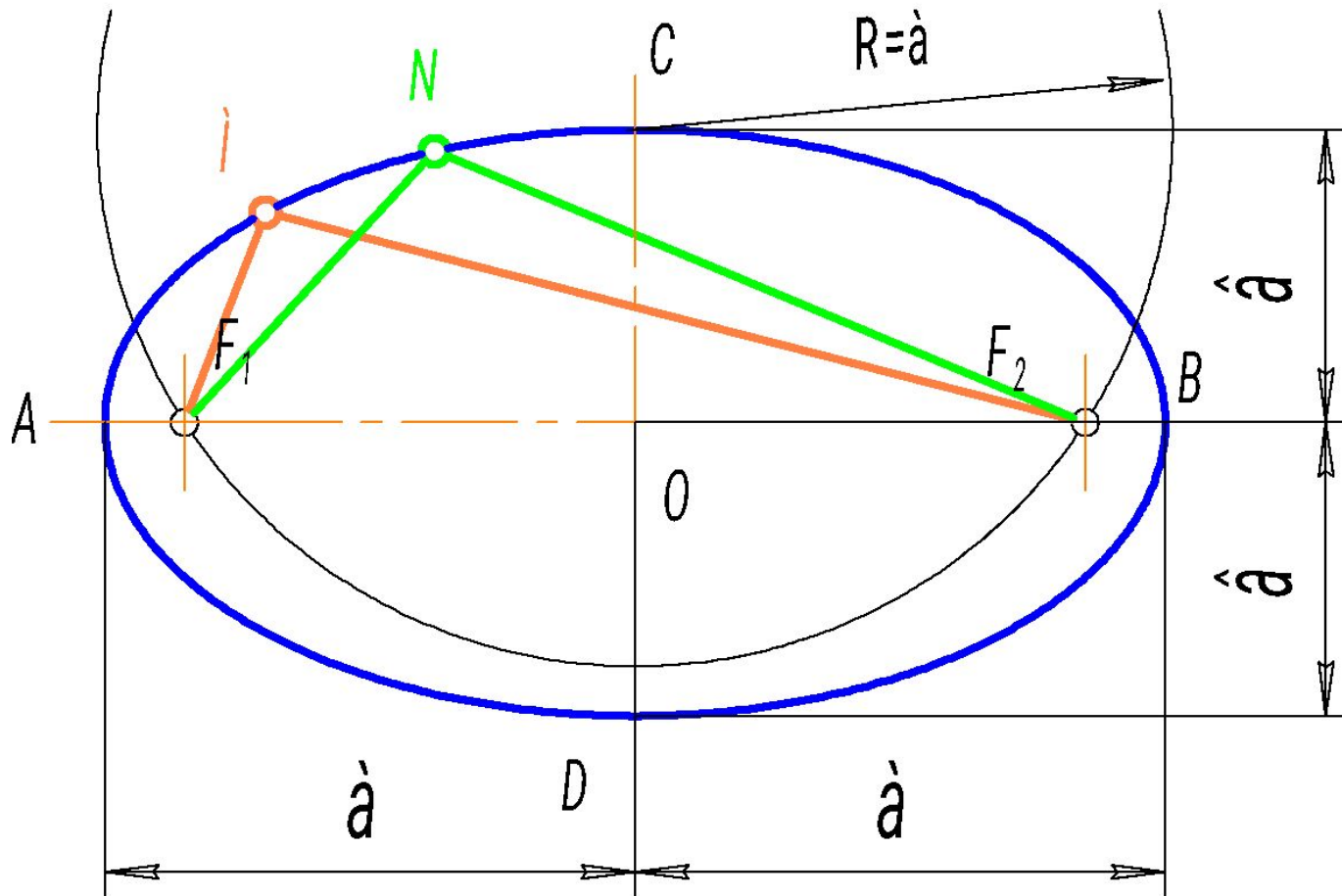


Свойства проекций кривых линий

1. Проекцией кривой линии является кривая линия (в общем случае).
2. Касательная к кривой проецируется в касательную к ее проекции.
3. Несобственная точка кривой проецируется в несобственную точку ее проекции.
4. Порядок кривой (только для алгебраических кривых) в проекциях не изменяется.
5. Число точек пересечения кривой сохраняется при проецировании.

Эллипс

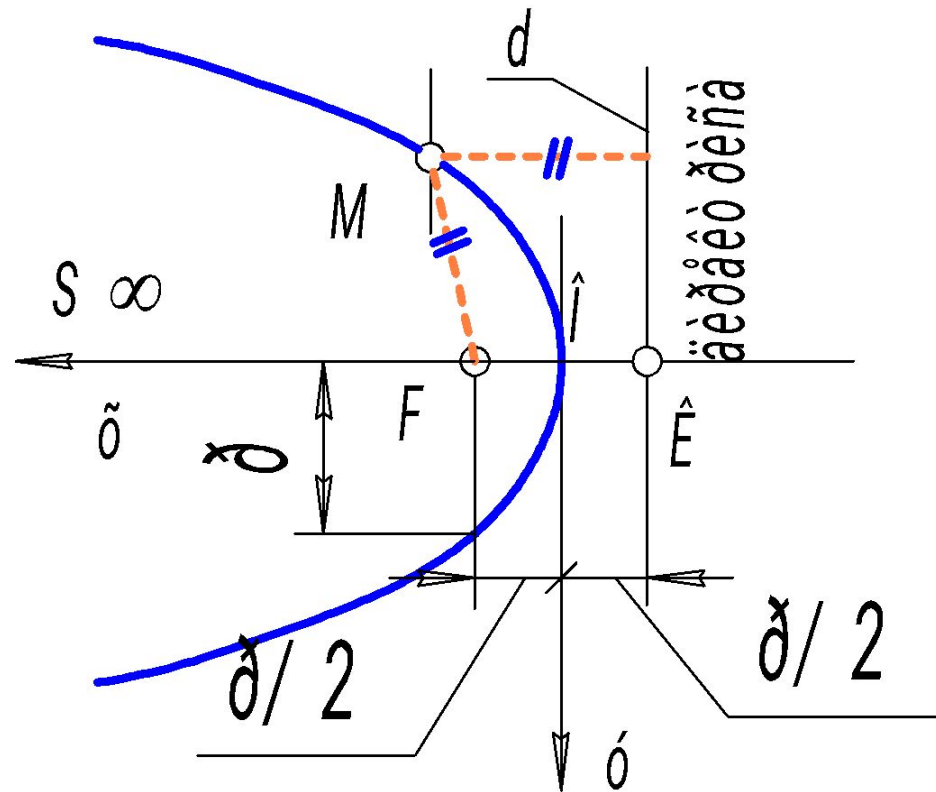
Эллипс - это все множество точек, сумма расстояний от каждой из которых до двух данных точек (фокусов) есть величина постоянная, равная $2a$.



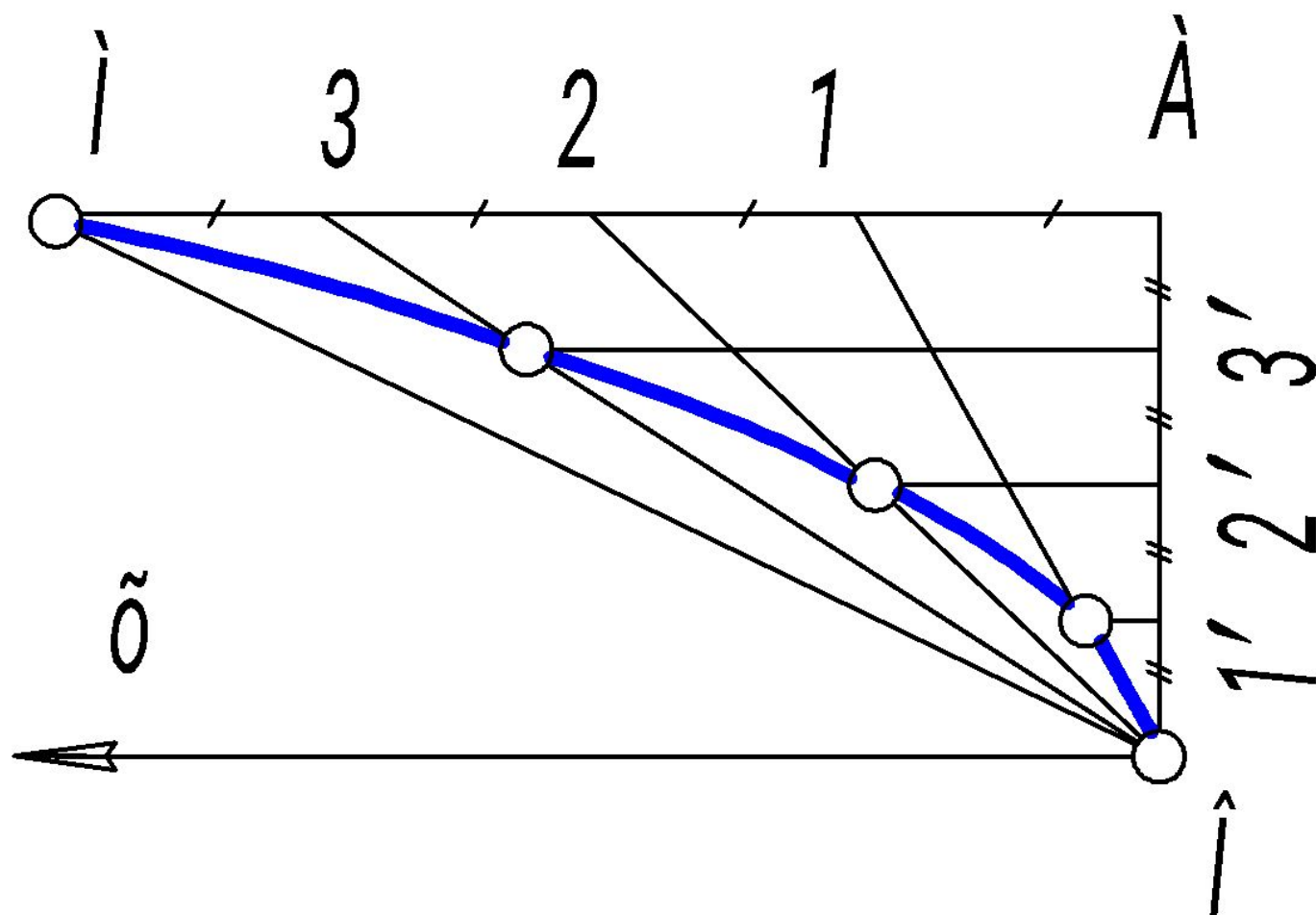
Парабола

Парабола обладает одной осью и имеет две вершины: O - собственная точка и S^∞ - несобственная точка (парабола имеет одну несобственную точку), F - фокус и P - параметр параболы

Парабола - это все множество точек, равноудаленных от прямой d (директрисы) и данной точки F (фокуса)



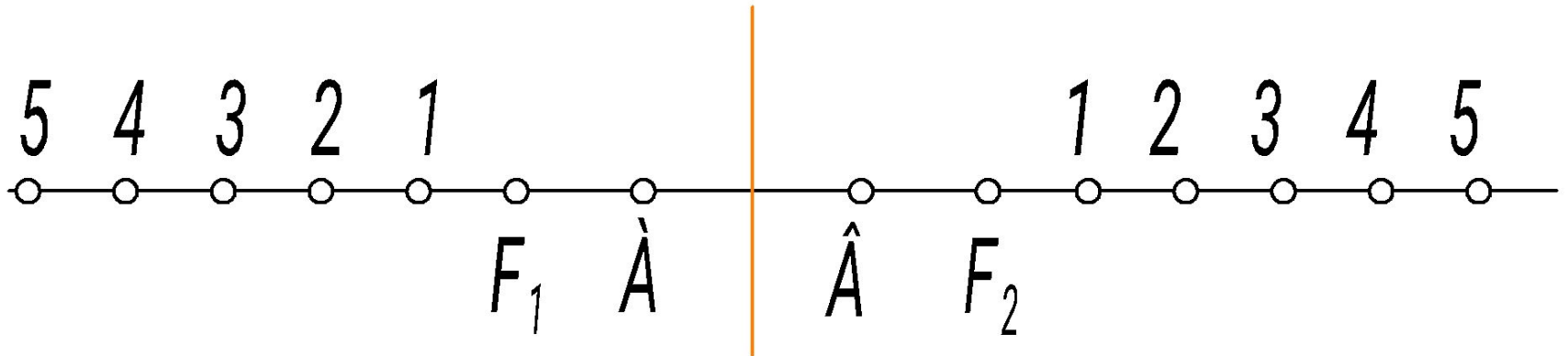
Если требуется построить параболу по заданной вершине O , оси X и точки M , то строится прямоугольный треугольник - OAM



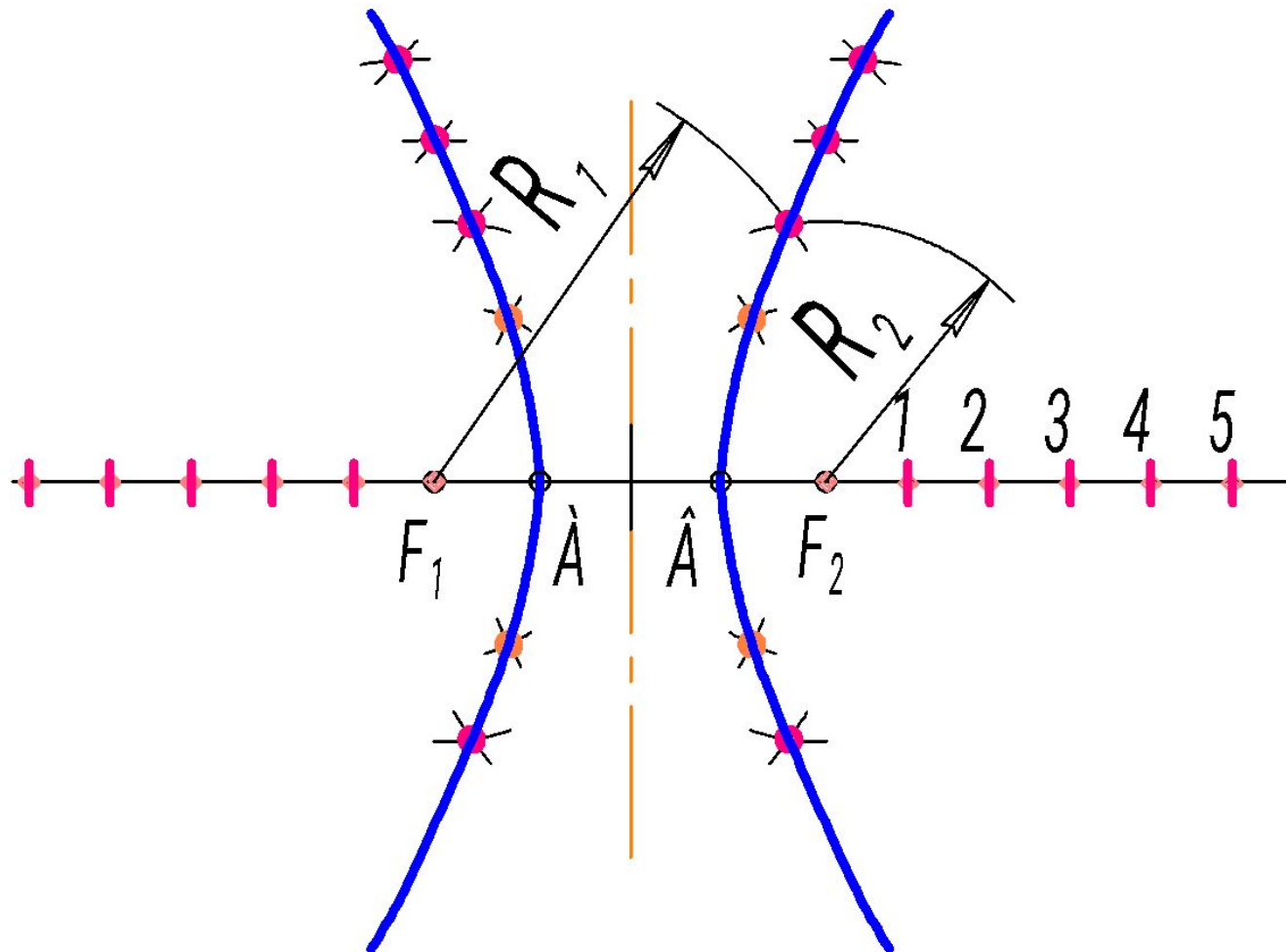
Гипербола - разомкнутая кривая, состоящая из двух симметричных ветвей; она имеет две оси симметрии - действительную (ось - x) и мнимую (ось - y). Асимптоты - это прямые, к которым ветви гиперболы неограниченно приближаются при удалении в бесконечность

- Точки A и B - вершины гиперболы.
- F_1 и F_2 - фокусы гиперболы
- $|MF_1| - |MF_2| = |NF_1| - |NF_2| = \text{const} = 2a$
- Расстояние между F_1 и F_2 равняется сумме $(a_2 + b_2)$

Построение гиперболы, если заданы
вершины A и B и фокусы F_1 и F_2



Точки - 1, 2, 3, 4, 5 - ряд произвольно взятых точек. Из фокусов F_1 и F_2 , как из центров, проводят дуги, радиусами которых служат расстояния от вершин A и B до точек 1, 2, 3, 4, 5 и т.д.. $R_2 = B1, B2, B3, B4, B5$ $R_1 = A1, A2, A3, A4, A5$

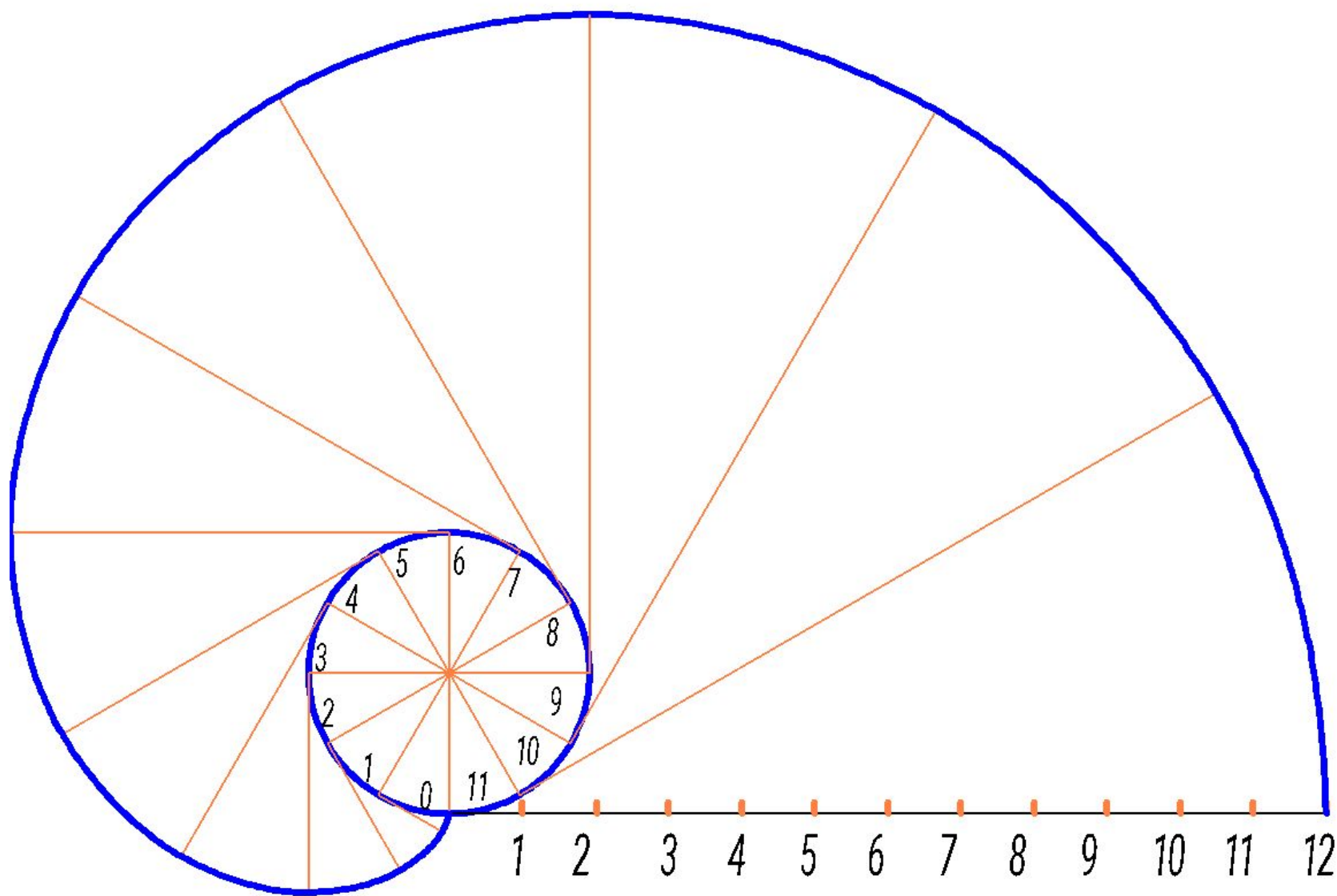


Эвольвента

- Эвольвента (развертка окружности)- эта лекальная кривая широко применяется в технике. Например, форма боковой поверхности зуба зубчатых передач, называемая профилем зуба, очерчивается по эвольвенте.

Алгоритм построения

1. Окружность разделить на 12 частей.
2. В точках деления провести касательные к окружности направленные в одну сторону
3. На касательной, проведенной через последнюю точку, откладывают отрезок равный, $2\pi R$, и делят на 12 частей.
5. На первой касательной откладывают $1/12$ отрезка на второй $2/12$ и т.д.



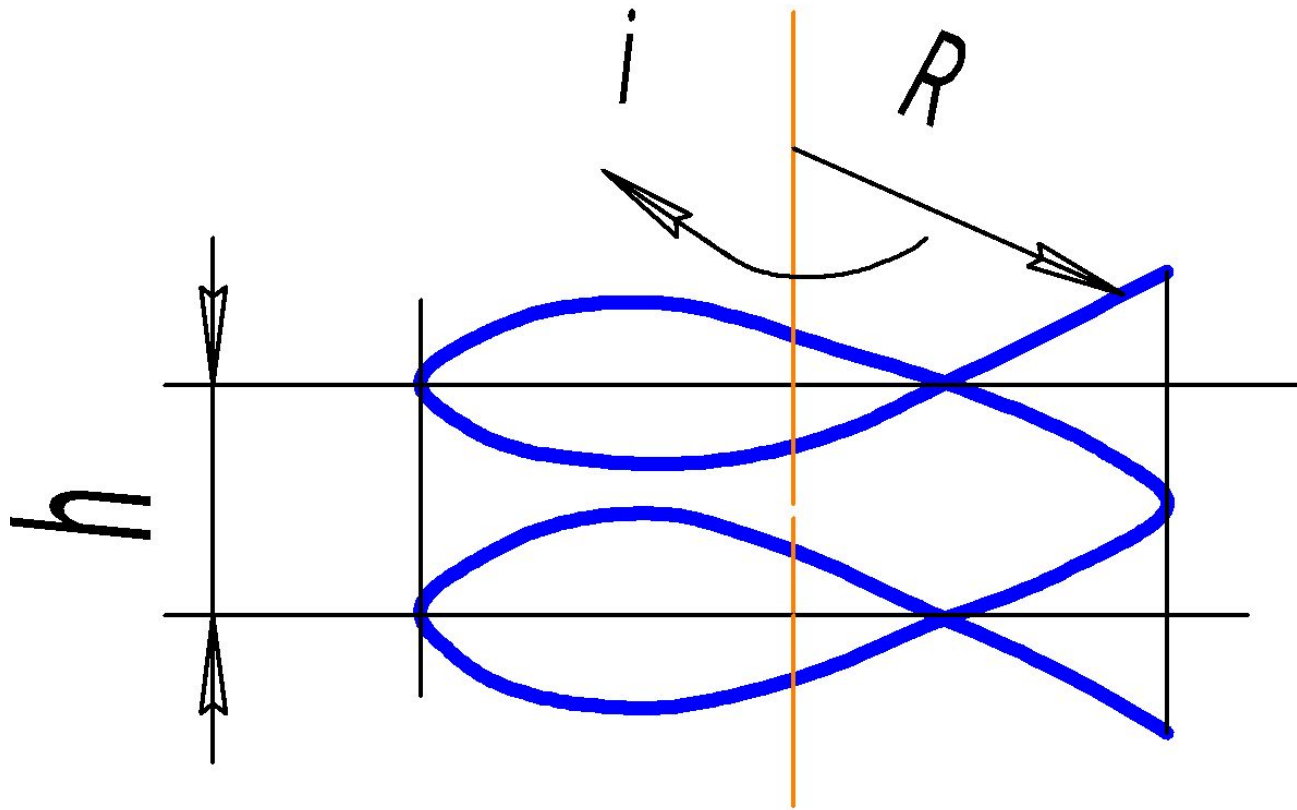
Цилиндрическая винтовая линия

- **Цилиндрическая винтовая линия образуется вращением точки вокруг некоторой оси с одновременным поступательным движением вдоль этой же оси.**

i - ось винтовой линии

R - радиус вращения

h - шаг, определяет расстояние между двумя смежными витками.



Алгоритм построения

1. Горизонтальную проекцию (окружность) делить на 12 частей.
2. Делить принятое значение шага (h) на 12 частей.
3. Определить нулевое положение точки $O(O_1 \text{ и } O_2)$
4. Фронтальные проекции точек находятся как точки пересечения одноименных горизонтальных и вертикальных прямых, проведенных через точки деления.
 - m_1 - окружность
 - m_2 - синусоида
 - Винтовую линию называют правой, если точка поднимается вверх и вправо по мере удаления от наблюдателя и левой, если точка поднимается вверх и влево по мере удаления от наблюдателя.
 - t^2 - касательная к винтовой линии в точке 2 ($2_1, 2_2$)

